Exercices en Terminale-Spécialité.
Révision première.

---

1 Equations et Inéquations

Exercice 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $1 - t - 2t^2 = 0$.

b) $-3x^2 + 7x + 1 = 0$.

c) $x^2 - (2 + \sqrt{3})x + 1 + \sqrt{3} = 0$.

d) $x^3 - 8x^2 + 12x = 0$.

Exercice 2. Pour quelle valeur de m l'équation : $x^2 - 4x + m = 1$ admet-elle une racine double ? Calculer alors cette racine ? est-ce surprenant !

Exercice 3. Résoudre les inéquations suivantes :

a) $x^2 + 4 \geqslant 0$.

b) $-2x^2 - x + 4 > 0$.

c) $x^2 - x + 1 < 0$.

Exercice 4. Soit $m \in \mathbb{R}$ et f la fonction définie par :

$$f(x) = mx^2 + 4x + (2m - 1).$$

a) Pour quelle valeur de m l'équation $f(x) = 0$ a-t-elle une seule solution ? calculer alors cette racine.

b) Quel est l'ensemble des réels m pour lesquels l'équation : $f(x) = 0$ a deux racines distinctes ?

c) Quel est l'ensemble des réels m pour lesquels on a : $f(x) < 0$ pour tout réel x ?

2 Suites numériques

Exercice 5. Les suites suivantes sont-elles arithmétiques ?

a) $u_n = \frac{3n+1}{2}$.

b) $v_n = n^2 - n$.

Exercice 6. Soit (u_n) la suite dfinie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

a) Montrer que la suite (v_n) définie par $v_n = \frac{1}{u_n}$ est arithmétique.

b) Exprimer u_n en fonction de n.

Exercice 7. a) Démontrer que la somme : $1 + 3 + 5 + ...99$ est le carré d'un naturel (on dit un carré parfait).

b) Calculer en fonction de n la somme des n premiers naturels impairs.

Exercice 8. Les suites suivantes sont-elles géométriques ?

a) $u_n = 3^n + 3n$.

b) $v_n = 5^{n+3}$.

Exercice 9. (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 2u_n + 5$ pour tout naturel n.

a) Montrer que la suite (v_n) définie par $v_n = u_n + 5$ est géométrique.

b) Exprimer u_n en fonction de n.

Exercice 10. Calculer les sommes suivantes :

a) $S = 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + ... + \frac{1}{10^7}$.

b) $T = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - ... - \frac{1}{6561}$.

Exercice 11. Vérifier que la suite (w_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $w_n = 2^n - 2n + 2$ n'est ni arithmétique ni géométrique.

a) Prouver que la suite $u_n = -2n + 2$ est arithmétique.

b) Prouver que la suite $v_n = 2^n$ est géométrique.

c) Calculer la somme : $S = w_0 + w_1 + ... + w_{10}$.

3 Fonctions

Exercice 12. Pour les fonctions suivantes calculer le domaine de définition D_f, la fonction dérivée f' en précisant les valeurs pour lesquelles le calcul de f' est valable :

a) $f(x) = \sqrt{x - 7}$.

b) $f(x) = \frac{1}{(3x-2)^2}$.

c) $f(x) = (-3x + 4)^5$.

d) $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 1}$.

Exercice 13. Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par :

$$f(x) = \frac{3x - 2}{x + 1}, \quad g(x) = \frac{-5}{x + 1}.$$

1. Déterminer les fonctions dérivées des fonctions f et g. Que remarque-t-on ?
2. Peut-on faire une conjoncture ? Vérifier !

Exercice 14. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 4.$$

a) La courbe C_f représentative de f admet-elle une tangente en chacun de ses points, Pourquoi ?

b) Résoudre l'équation : $f'(x) = 0$. Intérpréter géométriquement le résultat.

c) Déterminer les abscisses des points de C_f en lequels la tangente à C_f a un coéfficient directeur égal à 3 ?

d) Existe-t-il des points de C_f en lesquels la tangente à C_f est paralléle à la droite d'équation : $y = cx + d$ (avec $c, d \in \mathbb{R}$) ? Discuter suivant les valeurs de c.

Exercice 15. Pour les fonctions suivantes déterminer la fonctions dérivée, son signe et dresser le tableu des vairations de f :

a) $f(x) = \frac{x^2+x-1}{x^2+x+1}$.

b) $g(x) = x.\sqrt{x + 3}$.

c) $h(x) = \left(\frac{x-1}{x+2}\right)^2$.

Exercice 16. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x + 2.$$

trouver un encadrement de la fonction f sur $[-2; 2]$.

4 Fonction Exponentielle

Exercice 17. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquation :

a) $2e^{-x} = \frac{1}{e^x+2}$.

b) $e^x + 2 - 3e^{-x} = 0$

c) $e^x - 1 - 2e^{-x} < 0$.

Exercice 18. Montrer que : $3e^{2x} + e^x - 4 = (e^x - 1)(3e^x + 4)$.
En déduire le signe de $3e^{2x} + e^x - 4$ en fonction de x.

Exercice 19. Montrer que :

$$\forall x \in \mathbb{R} : \ -3 < f(x) < 2$$

où la fonction f est définie par : $f(x) = \frac{2e^x-3}{e^x+1}$.

5 Trigonométrie

Exercice 20. Résoudre dans $]-\pi;\pi[$ les équations et inéquations suivantes :

a) $2\sin(x) + \sqrt{3} = 0$.

b) $1 - \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 0$.

c) $\frac{-\sqrt{3}}{2} \leqslant \sin(x) \leqslant \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Fin.