

**Contrôle 05 en Spécialité Terminale.**  
**Suites, limites et géométrie.**

---

**Exercice 1.** (4 Point)

Soit  $(u_n)$  la suite définie par  $u_0 = 1$  et, pour tout entier  $n$ ,  $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 3}$ .

1. Calculer les quatre premiers termes de la suite et conjecturer le sens de variations de la suite  $(u_n)$ .
2. Démontrer cette conjecture.
3. Montrer que, pour tout entier  $n$ ,  $0 < u_n < 3$ .
4. En déduire que la suite  $(u_n)$  est convergente.

**Exercice 2.** (3 Point)

Déterminer les limites suivantes :

1.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x + 7\sqrt{x} + 2}{-3 + x},$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}.$$

**Exercice 3.** (3 Point)

Soit le cube  $ABCDEFGH$ .

$M$  le point tel que :  $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EH}$  et  $N$  le point tel que :  $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ .

1. Démontrer que :

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{EA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{DB}.$$

2. Les vecteurs  $\overrightarrow{EA}$ ,  $\overrightarrow{MN}$  et  $\overrightarrow{HB}$  sont-ils coplanaires ?

**Fin de l'épreuve.**