

**Contrôle 06 en Spécialité Terminale.**  
**Dérivation, convexité et points d'inflexion.**

---

**Exercice 1.** (3 Point)

Soit  $f$  la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{x \cdot \sqrt{x}}{1+x}.$$

1. Déterminer le domaine  $D_f$  de définition de la fonction  $f$ .
2. Montrer que la fonction  $f$  est dérivable en 0. Que vaut  $f'(0)$  ?

**Exercice 2.** (7 Point)

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}/\{1\}$  par :

$$g(x) = \frac{e^x}{1-x}.$$

1. Déterminer  $g'(x)$ , puis montrer que :

$$g''(x) = \frac{e^x \cdot (x^2 - 4x + 5)}{(1-x)^3}.$$

2. Etudier la convexité et les éventuels points d'inflexions de  $g$ .
3. Déterminer l'équation de la tangente de  $g$  au point d'abscisse 0.
4. Montrer que :

$$\forall x < 1, \text{ on a } e^x \geq -2x^2 + x + 1.$$

**Fin de l'épreuve.**