

Contrôle 07 en Spécialité Terminale.
Continuité, dérivabilité, suites et TVI.

Exercice 1.

(4 points)

f est la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 4, & \text{si } x \leq 1; \\ \frac{x-5}{x}, & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

1. Montrer que f est continue en 1.
2. f est-elle dérivable en 1 ? Justifier.

Exercice 2.

(5 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 1.$$

1. Déterminer les variations de f sur \mathbb{R} .
2. Justifier alors que l'équation $f(x) = 2$ admet trois solutions sur $[-4; 4]$.

Exercice 3.

(5 points)

Soit f la fonction définie sur $[-6; +\infty[$ par :

$$f(x) = \sqrt{6+x}.$$

Soit (u_n) la suite définie par :

$$u_0 = 0, \quad u_{n+1} = f(u_n) \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

1. Montrer par récurrence que (u_n) est une suite croissante, majorée par 3.
2. Que peut-on dire de la convergence de la suite (u_n) ?
3. Déterminer alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Fin de l'épreuve.