

Contrôle 09 en Spécialité Terminale.
Suites et fonctions.

Exercice 1. (10 Point)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[2; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{4x - 2}{x + 1}.$$

et la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 3, \quad v_{n+1} = \frac{4u_n - 2}{u_n + 1}, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

1. Calculer la dérivée f' de la fonction f .
2. Dresser le tableau des variations de la fonction f .
3. Montrer que si $x \in [2; +\infty[$ alors $f(x) \in [2; +\infty[$.
4. Montrer par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N} : u_n > 2.$$

5. Montrer par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N} : u_n \leq u_{n+1}.$$

Fin de l'épreuve.