

**Contrôle 10 en Spécialité Terminale.**  
**Fonctions trigonométriques.**

---

**Exercice 1.** (Fonctions, limites)

La fonction  $f$  est définie sur  $\mathbb{R} - \{1\}$  par :

$$f(x) = -\frac{4x+7}{(x-1)^2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right).$$

On note  $(\mathcal{C})$  la courbe de  $f$  dans un repère orthonormal.

- 1) a) Déterminer les limites de  $f$  en 1.
- b) Interpréter graphiquement le résultat.
- 2) a) Montrer que :

$$\forall x > 1 : -\frac{1}{x-1} \leq \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right)}{x-1} \leq \frac{1}{x-1}.$$

- b) En déduire la limite de  $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right)}{x-1}$  en  $+\infty$ .
- c) Par un raisonnement analogue montrer que :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right)}{x-1} = 0.$$

- d) En déduire les limites de  $f$  en  $+\infty$  et  $-\infty$ .
- e) Interpréter graphiquement le résultat.