

Contrôle 10 en Spécialité Terminale.

Fonctions trigonométriques.

Exercice 1. (Fonctions, limites)

La fonction f est définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par :

$$f(x) = -\frac{4x+7}{(x-1)^2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right).$$

On note (\mathcal{C}) la courbe de f dans un repère orthonormal.

- 1) a) Déterminer les limites de f en 1.
- b) Interpréter graphiquement le résultat.
- 2) a) Montrer que :

$$\forall x > 1 : -\frac{1}{x-1} \leq \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right)}{x-1} \leq \frac{1}{x-1}.$$

- b) En déduire la limite de $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right)}{x-1}$ en $+\infty$.
- c) Par un raisonnement analogue montrer que :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right)}{x-1} = 0.$$

- d) En déduire les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.
- e) Interpréter graphiquement le résultat.