

Devoir surveillé Première.
Second degré et géométrie.

Exercice 1. 6 pointsSoit (E) l'équation d'inconnue x :

$$(E) : (m - 1)x^2 - 4mx + m - 6 = 0.$$

où m est un nombre réel.

1. On étudie le cas où $m = 1$.
Écrire l'équation (E) , puis la résoudre. 1p
2. On suppose désormais que $m \neq 1$.
Déterminer les valeurs de m dans chacun des cas suivants :
 - a. (E) admet 1 pour solution. 1p
 - b. (E) a une seule solution. 1p
 - c. (E) n'admet pas de racine réelle. 1p
 - d. Pour tout réel x : $(m - 1)x^2 - 4mx + m - 6 < 0$. 2p

Exercice 2. 5 pointsOn considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = |2x + 1| - |1 - x|.$$

1. Calculer $f(1)$ puis $f(-2)$. 0,5p
2. Écrire l'expression de f sans valeur absolue. 1p
Indication : on pourra s'aider d'un tableau.
3. Résoudre dans \mathbb{R} :
 - a. $f(x) = 4$. 1p
 - b. $f(x) = -2$. 0,5p
 - c. $|2x + 1| \leq |1 - x|$. 1p
4. Étudier le sens de variations de f sur \mathbb{R} . Justifier. 0,5p
5. La fonction f admet-elle un extremum sur \mathbb{R} ? Justifier. 0,5p

Tournez SVP.

Exercice 3. 5 points

On considère un réel m et la droite (D) d'équation cartésienne :

$$mx + 2y - 1 = 0.$$

Répondre aux questions suivantes en justifiant :

1. Déterminer m tel que $\vec{u} \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ soit un vecteur directeur de (D) . 1p
2. Déterminer m tel que le point $A(1;1)$ appartienne à (D) . 1p
3. Déterminer m tel que la droite (D') d'équation : $x - 3y + 5 = 0$ soit parallèle à (D) . 1p
4. Déterminer m tel que la droite (D) soit parallèle à l'axe des abscisses. 1p
5. Est-il possible de déterminer m tel que (D) soit parallèle à l'axe des ordonnées ? 1p

Exercice 4. 4 points

Soient ABC un triangle et I le milieu de $[BC]$.

1. En choisissant le repère (A, \vec{AB}, \vec{AC}) , donner une équation de la droite (D) , parallèle à (AB) passant par I . 1p
2. Déterminer les coordonnées du point J milieu de $[AC]$. 1p
Montrer que J appartient à la droite (D) . 1p
3. Quel théorème vient-on de démontrer ? 1p

Fin de l'épreuve.