Devoir Surveillé de Mathématiques en première.
Produit scalaire dans le plan.

Exercice 1. .
Les points I et J sont les milieux des cotés $[AB]$ et $[BC]$ du carré $ABCD$ (ou $AB = a$, $a > 0$).
On note θ l'angle $(\overrightarrow{AJ}, \overrightarrow{IC})$.
Donner une valeur exacte de $\cos(\theta)$, puis une valeur approchée de θ à 0.1 près.

Exercice 2. .
Le triangle AOB est rectangle en O, I est le milieu de $[AB]$ et H est le projeté orthogonal de O sur $[AB]$. Le point H se projette orthogonalement en J sur (OA) et en K sur (OB).
Montrer que (OI) et (JK) sont orthogonales.

Dans tout le devoir surveillé, le plan est muni d'un repère orthonormé.

Exercice 3. .**Projeté orthogonal et distance d'un point à une droite.**
On considère la droite (d) d'équation : $3.x + 2.y + 1 = 0$ et le point $A(7; 2)$.
On note H le projeté orthogonal de A sur (d).

1. On note x l'abscisse de H.
   (a) En utilisant que $H \in (d)$, exprimer l'ordonnée de H en fonction de x.
   (b) Déterminer les coordonnées de H.
2. Calculer la distance AH, appelée **distance de** A **à** (d).

Exercice 4. .**Puissance d'un point par rapport à un cercle.**
On considére un cercle Γ, de centre O et de rayon R, et un point M du plan.
Pour toute droite (d) du plan passant par M, on note C et D les points d'intersection, s'ils existent, du cercle Γ et de la droite (d).

1. Sot une droite (d) passant par M pour laquelle les points C et D existent (ils sont éventuellement confondus).
   (a) Quel est le signe du produit scalaire $\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD}$ dans le cas ou : • M est à l'intérieur du cercle $Gamma$.
   $bullet$ M appartenant au cercle $Gamma$?
   $bullet$ M est à l'extérieur du cercle $Gamma$?
   (b) Démontrer que : $\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD} = OM^2 - R^2$.
2. Que peut-on dire du produit scalaire : $\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD}$ lorsque la droite (d) pivote autour de M ?
3. Soit un réel $k > -R^2$, Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que : $\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD} = k$.

N.B : **Le produit scalaire $\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD}$ est appelé puissance du point M par rapport au cercle Γ.**

Fin de l'épreuve.