

Devoir Surveillé de Mathématiques en Première.

Trinômes de second degré.

Exercice 1. (6 points.)

Soit l'équation (E) définie sur \mathbb{R} par :

$$(E) : 2x^3 + 5x^2 - 17x - 2 = 0.$$

1. Montrer que 2 est solution de l'équation (E) .
2. Déterminer a, b, c des réels tels que :

$$2x^3 + 5x^2 - 17x - 2 = (x - 2).(ax^2 + bx + c).$$

3. Résoudre alors l'équation (E) .

Exercice 2. (5 points.)

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $|7x^2 - 4| = 5$.
2. $|2x - 3| \geq 2$.
3. $|3x - 1| \leq 1$.

Exercice 3. (7 points.)

On appelle f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2 + 4x + 5$ et on pose : $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

1. Montrer que pour tout x réel on a : $f(x) = (x + 2)^2 + 1$.
2. En déduire que pour tout réel x on a : $f(x) \geq 1$ que que la fonction g est définie sur \mathbb{R} .
3. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, 0 < g(x) \leq 1$.
4. Etudier le sens de variations de f , puis celui de g .
5. m étant un paramètre réel, donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$ (on discutera suivant les valeurs de m , on pourra utiliser la courbe de la fonction f .)

Fin de l'épreuve.