Devoir Surveillé de Mathématiques en première.
Vecteur, Dérivation et Optimisation.

Exercice 1. .
Dans un repère du plan, on donne $A(2;1)$ et $B(3;3)$.
Soit (d) la droite d'équation cartésienne : $4x+3y-7=0$.

1. Déerminer une équation cartésienne de la droite (AB).
2. Les droites (d) et (AB) sont-elles parallèles ?
3. Déterminer les coordonnées du point d'intersections des droites (d) et (AB).
4. Tracer ces deux droites et controler le résultat de la question précedente.

Exercice 2. .
ABC un triangle, E est le point tel que : $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. On se propose de déterminer le point M de (AB) tel que le milieu N de $[CM]$ appartienne à (AE).

1. Faites une figure que l'on complétera au fur et à mesure.
2. Calculer les coordonnées des points A, B, C, E dans le repère $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$.
3. Justifier l'existence de réels inconnus α et β tels que :
   $\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN}=\beta\overrightarrow{AE}$.
4. En déduire les coordonnées des points M et N en fonction de α et β.
5. Ecrire un système d'équations liant α et β et le résoudre.
6. En déduire la position du point M sur la droite (AB).

Exercice 3. .
On considère la fonction f définie par :

$$f(x)=2x^3+3x^2-12x-7.$$

1. Prouver que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et calculer $f'(x)$.
2. Etudier le signe de $f'(x)$.
3. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

Exercice 4. .

1. Soit f la fonction définie par : $f(x)=\frac{x-x^2}{x+1}$.
   (a) Déterminer le domaine de définition de f.
   (b) Montrer que f est dérivable sur D_f et calculer sa dérivée.
   (c) Déterminer les variations de f sur cet ensemble. (Donner les résultats sous-forme de tableau)
2. $ABCD$ est un carré de côté 1.
   E est un point de la demi droite $[DA)$ n'appartenant pas au segment $[DA]$.
   F est le point appartenant au segment $[DC]$ et vérifiant : $AE=CF$.
   Le point d'intersection des droites (AB) et (EF) est noté I.
   On note : $AE=CF=x$.
   (a) Démontrer que : $AI=\frac{x-x^2}{x+1}$.
   (b) En déduire la position du point E pour que la distance AI soit maximale.

Fin de l'épreuve.