

Exercices en Première. Vecteurs et colinéarité.

Le plan est rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Exercice 1. Les points M, N, P sont tels que : $\overrightarrow{MN} = 5\vec{i} + 2\vec{j}$ et $\overrightarrow{MP} = x.\vec{i} - \frac{3}{5}\vec{j}$.
Pour quelle valeur de x les points M, N, P sont-ils alignés ?

Exercice 2. On donne les points $A(3; 2)$ et $B(-2; 1)$.
La droite (AB) coupe l'axe des abscisses en M et l'axe des ordonnées en N .
Sans utiliser une équation de (AB) , calculer les coordonnées de M et N .

Exercice 3. Trouver une équation de la droite (Δ) passant par le point $A(-3; 5)$ et parallèle à la droite (d) d'équation :

$$y = \frac{2}{3}x - 3.$$

Exercice 4. ABC est un triangle. Les points I et J sont tels que :

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AJ} = 4\overrightarrow{AC}.$$

Après avoir choisi un repère, démontrer que les droites (IC) et (BJ) sont parallèles.

Exercice 5. ABC est un triangle. Le point M est le milieu du segment $[AB]$ et le point I celui du segment $[MC]$. Le point K est tel que : $3\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{CB}$.
On veut démontrer que les points A, I et K sont alignés.

1. Choisissez un repère et calculez les coordonnées de M, I et K dans ce repère.
2. Concluez.

Exercice 6. Les droites (d_1) et (d_2) ont respectivement pour équation :

$$3x - 2y - 8 = 0 \quad \text{et} \quad 5x + 4y - 6 = 0.$$

La droite (Δ) a pour équation :

$$2mx - (m + 1)y - 8 = 0.$$

Comment choisir le réel m pour que ces trois droites soient concourantes ?

Exercice 7. $ABCD$ est un parallélogramme. Les points P et Q sont tels que :

$$\overrightarrow{AQ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}.$$

1. Faites une figure.
2. (a) Quelles sont les coordonnées de Q, P, B, D et C dans le repère $(A, \overrightarrow{AQ}, \overrightarrow{AP})$.
(b) Déduisez-en que les points C, P et Q sont alignés.

Exercice 8. ABC est un triangle. A' et C' deux points tels que :
 A' est le symétrique de A par rapport à C et C' le symétrique de C par rapport à A .
Le point K est le milieu du segment $[BC]$. La droite $(A'K)$ coupe (AB) en I et la droite $(C'K)$ coupe (AB) en J .

On choisit le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

1. Faites une figure.
2. Trouver une équation de $(A'K)$ puis de $(C'K)$.
3. (a) Déduisez-en les coordonnées de I et J .
(b) Quel lien existe-t-il entre les vecteurs \overrightarrow{AJ} , \overrightarrow{JI} et \overrightarrow{IB} ?

Exercice 9. ABC est un triangle.

1. On souhaite construire le point G tel que :

$$\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 0.$$

- (a) On note I le milieu de $[AC]$. démontrer que :

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}.$$

- (b) Déduisez-en que G est le milieu de $[BI]$.
CONstruisez G .
2. (a) Construisez le point D tel que :

$$\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}.$$

- (b) Démontrer que les points A , G et D sont alignés.