Exercices en Terminale-Spécialité.
Fonctions trigonométriques.

Exercice 1. Déterminer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{2})$.
2. $g(x) = 2\cos(\pi - 3.x)$.
3. $h(x) = \frac{\sin(2.x}{\cos(3.x)}$.
4. $k(x) = (1 - 5.\sin(2.x))^4$.

Exercice 2. f est la fonction définie sur $]-\pi, \pi[= I$ par :

$$f(x) = \frac{2.\sin(x)}{2 + \sin(x)}.$$

En calculant la dérivée de f déterminer les extremums de f sur I.

Exercice 3. Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ chacune des équations suivantes :

1. $1 - 2.\sin(x) > 0$.
2. $\sqrt{3} + 2.\sin(x) \leqslant 0$.

Exercice 4. Résoudre dans $[0; 2.\pi]$ chacune des inéquations suivantes :

1. $-\sqrt{2} + 2.\cos(x) < 0$.
2. $\sin(x).(2.\cos(x) - 1) \leqslant 0$.
3. $\frac{1}{2} - \sin^2(x) \geqslant 0$.

Exercice 5. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 1 + 2.\cos^2(x).$$

1. (a) Démontrer que la fonction f est paire.
   (b) Qu'en déduit-on pour la courbe de f ?
2. (a) Vérifier que la fonction f est périodique de période π.
   (b) Qu'en déduit-on pour la courbe de f ?
3. Tracer la courbe de f avec la calculatrice et vérifier les résultats des questions 1) et 2).

Exercice 6. Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[= I$ par :

$$f(x) = x^2 - 2.\cos(x).$$

Déterminer le sensde variations de la fonction f sur I.

Exercice 7. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}.$$

1. Montrer que f est paire.
2. Etudier les variations de f sur $[0;+\infty[$ et déterminer sa limite en $+\infty$.
3. Tracer la courbe de f.
4. Montrer que pour tout réel y de $]0;1]$ l'équation $f(x)=y$ admet une unique solution dans $[0;+\infty[$.
   Exprimer en fonction de y cette solution.

Exercice 8. On considère la fonction f définie sur $I=]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}[$ par $f(x)=\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$. On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.

— Etudier la parité de f.
— Etudier la limite de f en $\frac{\pi}{2}$.
— En déduire les équations des asymptotes verticales de la courbe C_f.
— Démontrer que f est dérivable sur I et que pour tout x dans I on a :

$$f'(x)=\frac{1}{\cos^2(x)}=1+[f(x)]^2.$$

— Etudier le sens de variation de la fonction f.
— Démontrer que, pour tout réel k, l'équation $f(x)=k$ admet une unique solution α dans l'intervalle I.
— Tracer la courbe C_f avec la calculatrice et donner une valeur approchée de α pour $k=2$.
— déterminer le domaine de définition de la fonction $g(x)=\tan(x)$ et déduire la courbe de g à partir de celle de f.