Exercices en Terminale-Spécialité.
Géométrie dans l'espace.

Exercice 1. **Révision première.** Soit $ABCD$ un carré, et I et J les points tels que : $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{5}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CD}$. Démontrer que les droites (AI) et (BJ) sont perpendiculaires.

Exercice 2. **Révision première.** A et B sont deux points du plan tels que : $AB = 3cm$.

a) Déterminer l'ensemble E_1 des points M du plan tels que : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = 0$.

b) Donner un point H de (AB) tel que : $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{AB} = -6$.
Déterminer l'ensemble E_2 des points M du plan tels que : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = -6$.

Exercice 3. **Révision première.** ABC est un triangle tel que : $A(3;-2),\ B(0;-1)\ et\ C(1;3)$.

1. Déterminer une équation de la médiatrice du segment $[AB]$.
2. Déterminer une équation de la hauteur issue de C dans le triangle ABC.

Exercice 4. **Révision première.** Soit dans un repère orthonormé, le point $I(3;-1)$ et la droite d d'équation : $-x+y+1=0$.

1. Calculer la distance du point I à la droite d.
2. Déterminer une équation du cercle $\mathcal{C}$ de centre I et tangent à d.

Exercice 5. $ABCDEFGH$ est un cube.

1. Déterminer dans le repère $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AE})$ les coordonnées de tous les sommets du cube.
2. Déterminer les longueurs AC, OG et BG.
3. Le traingle HAF est-il rectangle en A ?

Exercice 6. Les vecteurs $\overrightarrow{u}(3;6;0)$, $\sqrt[v]{v}(1;2;2)$ et $\overrightarrow{w}(1;2;-1)$ sont-ils coplanaires ?

Exercice 7. On considère la droite d passant $A(-2;3;1)$ et $B(5;2;-2)$.

1. Donner un vecteur directeur $\overrightarrow{u}$ de la droite d.
2. Donner alors une représentation paramétrique de la droite d.
3. Les points $M(-9;4;4)$ et $N(12;1;1)$ appartiennent-ils à cette droite ?

Exercice 8. Soit un repère (O,i,jk), $A(-1;1;2)$, $\overrightarrow{u}(1;0;1)$ et $\overrightarrow{v}(\frac{1}{2};-1;1)$.

1. Ecrire une représentation paramétrique du plan $(A;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$.
2. Les poins $B(1;2;3)$ et $C(0;-1;4)$ appartiennent-il à ce plan ?
3. Déterminer l'intersection d de ce plan et du plan $(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$. Préciser un point et un vecteur directeur de d.

Exercice 9. $ABCDEFGH$ est un cube de centre O et d'arête a.

1. Calculer, en fonction de a, les produits scalaires :

$$a)\ \overrightarrow{AE}.\overrightarrow{BG} \quad b)\ \overrightarrow{HB}.\overrightarrow{BA} \quad c)\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AO}.$$

2. Déterminer dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$ les coordonnées de tous les points et retrouver a).
3. Déterminer une mesure de l'angle $\widehat{HOG}$.

Exercice 10. $ABCDEFGH$ est un cube darête a. J et K sont les milieux des segments $[FB]$ et $[GH]$. Calculer JK.

Exercice 11. L'espace étant muni d'un repère orthonormé $(O; i; j; k)$. A est le point de coordonnées $(1; -5; 7)$. $\mathcal{L}$ est le plan d'équation cartésienne : $-2x + y + z - 4 = 0$.

1. Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ tel que le projeté orthogonal de l'origine O sur $\mathcal{P}$ soit le point A.
2. Montrer que les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{L}$ sont perpendiculaires.

Exercice 12. Les points A et B ont pour coordonnées respectives $(2; -1; 5)$ et $(-1; 2; 3)$. Etudier l'intersection de la droite (AB) avec le plan $\mathcal{P}$ d'équation : $5x - 3y - z = 1$.

Exercice 13. D'après BAC 2003. L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$. Les points A, B, C et D ont pour coordonnées respectives $A(3; -2; 2)$, $B(6; 1; 5)$, $C(6; -2; -1)$ et $D(0; 4; -1)$.

1. Montrer que le triangle ABC est un triangle rectangle.
2. Montrer que la droite (AD) est perpendiculaire au plan (ABC).
3. Calculer le volume tréaèdre $ABCD$.
4. Montrer que l'angle géométrique $\widehat{BDC}$ a pour mesure $\frac{\pi}{4}$ en radians.

Exercice 14. **ROC** D'après Bac 2005.

1. Soit $[KL]$ un segment de l'espace. On note I son milieu. On appelle médiateur de $[KL]$ la plan perpendiculaire en I à la droite (KL). Démontrer que le plan médiateur de $[KL]$ est l'ensemble des points de l'espace équidistants des points K et L.
2. Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(4; 0; -3)$ et $B(2; 2; 2)$. Démontrer que le plan médiateur de $[KL]$ est l'ensemble des points équidistants des points K et L.