## —— Lycée ALJABR ——

## Maths-Expertes G4.

## Devoir Surveillé 02

Remarque:

Il sera tenu compte de la rédaction, (2 points) lui sont réservés!

Exercice 1. (4 points.)

Mettre les nombres complexes suivants sous la forme algébrique :

1) 
$$z_1 = \frac{1}{5 + 9i}$$

$$2) \ \ z_2 = \frac{2 - 3i}{8 + 6i}$$

Exercice 2. (5 points.)

On pose pour tout  $z \in \mathbb{C}$ ,  $f(z) = z^3 - (4\sqrt{3} + i)z^2 + 4(4 + i\sqrt{3})z - 16i$ .

1) Montrer que f(i) = 0. Que peut-on en déduire pour f(z)?

2) a) Montrer que :  $f(z) = (z - i)(z^2 - 4z\sqrt{3} + 16)$ 

b) En déduire les 3 solutions de l'équation f(z) = 0.

Exercice 3. (5 points.)

Pour tout complexes  $z \neq i$ , on pose  $z' = \frac{iz}{z - i}$ .

1) Déterminer l'ensemble  $\Gamma_1$  des points M(z) pour que z' soit réel.

2) Déterminer l'ensemble  $\Gamma_2$  des points M(z) pour que z' soit un imaginaire pur;

3) Tracer ces deux ensembles  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  dans le plan complexe de repère  $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ .

Exercice 4. (4 points.)

Résoudre dans l'intervalle  $[0;2\pi]$  l'équation suivante :

$$2\cos^2(x) - 3\cos(x) + 1 = 0.$$