BAC BLANC

Avril 2026

Préparation Bac Blanc n°2

⋆⋆⋆ Niveau : Assez bon ⋆⋆⋆

Mathématiques — Enseignement de spécialité

Durée : 4 heures • Calculatrice autorisée (mode examen)

Lycée Al Jabr – Oasis

Pr. Abdelfattah ELAKILI

Agrégé de Mathématiques

Les mathématiques ne sont pas une marche prudente sur une route bien tracée, mais un voyage dans un territoire étrange et sauvage.

— *W.S. Anglin*

Défi : Ce sujet demande de l'autonomie dans le raisonnement.
Prenez le temps de bien lire, structurez vos réponses.
Vous êtes prêts — montrez ce que vous savez faire !

Exercices issus d'annales officielles 2024–2025

Exercice 1 — Fonctions (5 points)

Source : Baccalauréat Amérique du Nord (secours), 22 mai 2025

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x\mathrm{e}^{-x} + 2x - 1.$$

On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

On appelle $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan. On note f' la fonction dérivée de la fonction f et f'' la fonction dérivée seconde de f, c'est-à-dire la fonction dérivée de la fonction f'.

Partie A : Étude de la fonction f

1. Déterminer les limites de la fonction f en $-\infty$ et en $+\infty$.

2. Pour tout réel x, calculer $f'(x)$.

3. Montrer que pour tout réel x :
$$f''(x) = (x-2)\mathrm{e}^{-x}.$$

4. Étudier la convexité de la fonction f.

5. Étudier les variations de la fonction f' sur $\mathbb{R}$, puis dresser son tableau de variations en y faisant apparaître la valeur exacte de l'extremum.

Les limites de la fonction f' aux bornes de l'intervalle de définition ne sont pas attendues.

6. En déduire le signe de la fonction f' sur $\mathbb{R}$, puis justifier que la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

7. Justifier qu'il existe un unique réel α tel que $f(\alpha) = 0$.

Donner un encadrement de α, au centième près.

8. On considère la droite Δ d'équation $y = 2x - 1$.

Étudier la position relative de la courbe $\mathcal{C}_f$ par rapport à la droite Δ.

Partie B : Calcul d'aire

Soit n un entier naturel non nul. On considère l'aire du domaine $\mathcal{D}_n$ délimité par la courbe $\mathcal{C}_f$, la droite Δ et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = n$. On note :

$$I_n = \int_1^n x\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x.$$

1. À l'aide d'une intégration par parties, exprimer I_n en fonction de n.

2. **a.** Justifier que l'aire du domaine $\mathcal{D}_n$ est I_n.

b. Calculer la limite de l'aire du domaine $\mathcal{D}_n$ quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 2 — Suites et fonctions (6 points)

Source : Baccalauréat Centres Étrangers, 12 juin 2025

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-1\,;+\infty[$ par :

$$f(x) = 4\ln(x+1) - \frac{x^2}{25}.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]-1\,;+\infty[$.

1. Déterminer la limite de la fonction f en -1.

2. Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $]-1\,;+\infty[$, on a :

$$f'(x) = \frac{100 - 2x - 2x^2}{25(x+1)}.$$

3. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $]-1\,;+\infty[$ puis en déduire que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $[2\,;6{,}5]$.

4. On considère h la fonction définie sur l'intervalle $[2\,;6{,}5]$ par $h(x) = f(x) - x$.

On donne ci-dessous le tableau de variations de la fonction h :

x	2		$m \approx 2{,}364$		$6{,}5$
$h(x)$	$h(2)$	$\nearrow$	$M \approx 2{,}265$		$h(6{,}5)$

Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in [2\,;6{,}5]$.

5. On considère le script suivant, écrit en langage Python :

```python
from math import *
def f(x):
    return 4*log(1 + x) - (x**2)/25

def bornes(n):
    p = 1/10**n
    x = 6
    while f(x) - x > 0:
        x = x + p
    return (x - p, x)
```

On rappelle qu'en langage Python :

- la commande `log(x)` renvoie la valeur $\ln x$;
- la commande `c**d` renvoie la valeur de c^d.

a. Donner les valeurs renvoyées par la commande `bornes(2)`. On donnera les valeurs arrondies au centième.

b. Interpréter ces valeurs dans le contexte de l'exercice.

Partie B

Dans cette partie, on pourra utiliser les résultats obtenus dans la partie A.
On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$, et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. Montrer par récurrence que pour tout n entier naturel :

$$2 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} < 6{,}5.$$

2. En déduire que la suite (u_n) converge vers une limite ℓ.

3. On rappelle que le réel α, défini dans la partie A, est la solution de l'équation $h(x) = 0$ sur l'intervalle $[2\,;6{,}5]$.

Justifier que $\ell = \alpha$.

Exercice 3 — Géométrie dans l'espace (5 points)

Source : Baccalauréat Métropole, 18 juin 2025

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.
On considère :

- les points $A(-1\,;2\,;1)$, $B(1\,;-1\,;2)$ et $C(1\,;1\,;1)$;
- la droite d dont une représentation paramétrique est donnée par :

$$d\ :\ \begin{cases} x = \frac{3}{2} + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases} \qquad \text{avec } t \in \mathbb{R}\ ;$$

- la droite d' dont une représentation paramétrique est donnée par :

$$d'\ :\ \begin{cases} x = s \\ y = \frac{3}{2} + s \\ z = 3 - 2s \end{cases} \qquad \text{avec } s \in \mathbb{R}.$$

Partie A

1. Montrer que les droites d et d' sont sécantes au point $S\left(-\dfrac{1}{2}\,;1\,;4\right)$.

2. **a.** Montrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (ABC).

b. En déduire qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est :

$$x + 2y + 4z - 7 = 0.$$

c. Démontrer que les points A, B, C et S ne sont pas coplanaires.

3. **a.** Démontrer que le point $H(-1\,;0\,;2)$ est le projeté orthogonal de S sur le plan (ABC).

b. En déduire qu'il n'existe aucun point M du plan (ABC) tel que $SM < \dfrac{\sqrt{21}}{2}$.

Partie B

On considère un point M appartenant au segment $[CS]$. On a donc $\overrightarrow{CM} = k\,\overrightarrow{CS}$ avec k réel de l'intervalle $[0\,;1]$.

1. Déterminer les coordonnées du point M en fonction de k.

2. Existe-t-il un point M sur le segment $[CS]$ tel que le triangle MAB soit rectangle en M ?

Exercice 4 — Probabilités (5 points)

Source : Baccalauréat Centres Étrangers, 12 juin 2025

Cet exercice est constitué de deux parties indépendantes.

Un magasin est équipé de caisses automatiques en libre-service où le client scanne lui-même ses articles. Le logiciel d'une caisse déclenche régulièrement des demandes de vérification. Un employé du magasin effectue alors un contrôle.

Partie A

Le contrôle peut être :

- soit total : l'employé du magasin scanne alors à nouveau l'ensemble des articles du client ;
- soit partiel : l'employé choisit alors un ou plusieurs articles du client pour vérifier qu'ils ont bien été scannés.

Si un contrôle est déclenché, il s'agit une fois sur dix d'un contrôle total.
Lorsqu'un contrôle total est déclenché, une erreur du client est détectée dans 30 % des cas.
Lorsqu'un contrôle partiel est effectué, dans 85 % des cas, il n'y a pas d'erreur.
Un contrôle est déclenché à une caisse automatique.
On considère les évènements suivants :

- T : Le contrôle est un contrôle total ;
- E : Une erreur est détectée lors du contrôle.

On notera $\overline{T}$ et $\overline{E}$ les évènements contraires de T et E.

1. Construire un arbre pondéré représentant la situation puis déterminer $P\left(\overline{T} \cap E\right)$.

2. Calculer la probabilité qu'une erreur soit détectée lors d'un contrôle.

3. Déterminer la probabilité qu'un contrôle total ait été effectué, sachant qu'une erreur a été détectée. On donnera la valeur arrondie au centième.

Partie B

Sur une journée donnée, une caisse automatique déclenche 15 contrôles. La probabilité qu'un contrôle mette en évidence une erreur est $p = 0{,}165$. La détection d'une erreur lors d'un contrôle est indépendante des autres contrôles.

On note X la variable aléatoire égale au nombre d'erreurs détectées lors des contrôles de cette journée.

1. On admet que la variable aléatoire X suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.

2. Déterminer la probabilité qu'exactement 5 erreurs soient détectées. On donnera la valeur arrondie au centième.

3. Déterminer la probabilité qu'au moins une erreur soit détectée. On donnera la valeur arrondie au centième.

4. On souhaite modifier le nombre de contrôles déclenchés par la caisse de manière à ce que la probabilité qu'au moins une erreur soit détectée chaque jour soit supérieure à 99 %.

Déterminer le nombre de contrôles que doit déclencher la caisse chaque jour pour que cette contrainte soit respectée.

CORRIGÉ

Bac Blanc n°2 — Niveau Assez bon — Avril 2026

Mathématiques — Enseignement de spécialité

Lycée Al Jabr – Oasis

Pr. Abdelfattah ELAKILI — Agrégé de Mathématiques

Les maths, c'est comme l'amour : une idée simple mais qui peut se compliquer.
— R. Drabek

Corrigé — Exercice 1 : Fonctions (5 pts)

Partie A

1. En $-\infty$: $\lim_{x\to-\infty} x\mathrm{e}^{-x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x}{\mathrm{e}^{x}}$. Posons $X = -x \to +\infty$: $\frac{-X}{\mathrm{e}^{-X}} = -X\mathrm{e}^{X} \to -\infty$. Donc $f(x) \sim x\mathrm{e}^{-x} \to -\infty$.

En $+\infty$: $\lim x\mathrm{e}^{-x} = 0$ (croissances comparées), donc $f(x) \sim 2x-1 \to +\infty$.

2. $f'(x) = \mathrm{e}^{-x} - x\mathrm{e}^{-x} + 2 = (1-x)\mathrm{e}^{-x} + 2$.

3. $f''(x) = -\mathrm{e}^{-x} - (1-x)\mathrm{e}^{-x} = (-1-1+x)\mathrm{e}^{-x} = (x-2)\mathrm{e}^{-x}$. ✓

4. $\mathrm{e}^{-x} > 0$ toujours. $f''(x) \geqslant 0 \iff x \geqslant 2$. Donc f est **concave** sur $]-\infty; 2]$ et **convexe** sur $[2; +\infty[$.

5. f' admet un minimum en $x = 2$ (point d'inflexion de f). $f'(2) = (1-2)\mathrm{e}^{-2} + 2 = -\mathrm{e}^{-2} + 2 = 2 - \mathrm{e}^{-2} \approx 1{,}865$. L'extremum (minimum) de f' est $2 - \mathrm{e}^{-2}$.

6. $f'(x) \geqslant f'(2) = 2 - \mathrm{e}^{-2} > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$: f est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}$.

7. f continue, strictement croissante, $\lim_{-\infty} f = -\infty$, $\lim_{+\infty} f = +\infty$: par le TVI, il existe un unique α tel que $f(\alpha) = 0$. $f(-0{,}58) \approx -0{,}02 < 0$ et $f(-0{,}57) \approx 0{,}01 > 0$, donc $\alpha \in [-0{,}58\,; -0{,}57]$.

8. $f(x) - (2x-1) = x\mathrm{e}^{-x}$. Si $x > 0$: $x\mathrm{e}^{-x} > 0$, $\mathcal{C}_f$ au-dessus de Δ. Si $x < 0$: $x\mathrm{e}^{-x} < 0$, $\mathcal{C}_f$ en dessous. Si $x = 0$: contact.

Partie B

1. IPP : $u = x$, $v' = \mathrm{e}^{-x}$, $u' = 1$, $v = -\mathrm{e}^{-x}$.

$$I_n = \left[-x\mathrm{e}^{-x}\right]_1^n + \int_1^n \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x = -n\mathrm{e}^{-n} + \mathrm{e}^{-1} + \left[-\mathrm{e}^{-x}\right]_1^n = -n\mathrm{e}^{-n} + \mathrm{e}^{-1} - \mathrm{e}^{-n} + \mathrm{e}^{-1}$$
$$= 2\mathrm{e}^{-1} - (n+1)\mathrm{e}^{-n}.$$

2.a. Sur $[1; n]$, $f(x) - (2x-1) = x\mathrm{e}^{-x} > 0$: $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de Δ. Donc l'aire de $\mathcal{D}_n$ est $\int_1^n x\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x = I_n$.

2.b. $\lim_{n\to+\infty}(n+1)\mathrm{e}^{-n} = 0$, donc $\lim I_n = 2\mathrm{e}^{-1} = \frac{2}{\mathrm{e}} \approx 0{,}74$ u.a.

Corrigé — Exercice 2 : Suites et fonctions (6 pts)

Partie A

1. $\lim_{x\to-1^+} \ln(x+1) = -\infty$, donc $\lim_{x\to-1^+} f(x) = -\infty$.

2. $f'(x) = \frac{4}{x+1} - \frac{2x}{25} = \frac{100-2x(x+1)}{25(x+1)} = \frac{100-2x-2x^2}{25(x+1)}$. ✓

3. Numérateur : $-2x^2 - 2x + 100 = 0 \iff x^2 + x - 50 = 0$. $\Delta = 201$. $x_1 = \frac{-1-\sqrt{201}}{2} \approx -7{,}6$ et $x_2 = \frac{-1+\sqrt{201}}{2} \approx 6{,}6$. Sur $]-1; +\infty[$: $f'(x) > 0$ sur $]-1; x_2[$ et $f'(x) < 0$ sur $]x_2; +\infty[$. En particulier, f est strictement croissante sur $[2; 6{,}5] \subset]-1; x_2[$.

4. $h(2) = f(2) - 2 = 4\ln 3 - \frac{4}{25} - 2 \approx 2{,}24 > 0$ et $h(6{,}5) = f(6{,}5) - 6{,}5 = 4\ln 7{,}5 - \frac{42{,}25}{25} - 6{,}5 \approx -0{,}95 < 0$. h est continue et passe de positif à négatif en passant par le maximum M. Comme h croît puis décroît, et $h(2) > 0$, $h(6{,}5) < 0$, l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution sur la phase décroissante, donc unique sur $[2; 6{,}5]$.

5.a. Le programme part de $x = 6$ et incrémente par $p = 0{,}01$ tant que $f(x) - x > 0$. Il s'arrête quand $f(x) - x \leqslant 0$. On obtient `bornes(2)` $\approx (6{,}30\,; 6{,}31)$.

5.b. La solution α de $h(x) = 0$ est encadrée : $6{,}30 \leqslant \alpha \leqslant 6{,}31$.

Partie B

1. *Init.* : $u_0 = 2 \in [2; 6{,}5[$ et $u_1 = f(2) \approx 4{,}24$. $2 \leqslant 2 \leqslant 4{,}24 < 6{,}5$. ✓

Héréd. : si $2 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} < 6{,}5$, comme f est croissante sur $[2; 6{,}5]$ et $h(x) = f(x) - x > 0$ pour $x \in [2; \alpha[$: $u_{n+2} = f(u_{n+1}) \geqslant f(u_n) = u_{n+1}$ et $u_{n+2} = f(u_{n+1}) < f(6{,}5) < 6{,}5$. Aussi $u_{n+2} \geqslant u_{n+1} \geqslant 2$. ✓

2. (u_n) croissante et majorée par $6{,}5$: elle converge vers ℓ.

3. Par continuité, $\ell = f(\ell)$, donc $h(\ell) = 0$. Comme $\ell \in [2; 6{,}5]$ et l'unique solution de $h(x) = 0$ sur cet intervalle est α : $\ell = \alpha$.

Corrigé — Exercice 3 : Géométrie (5 pts)

Partie A

1. d : pour $t=-1$: $\left(-\frac{1}{2};1;4\right)$. d' : pour $s=-\frac{1}{2}$: $\left(-\frac{1}{2};1;4\right)$. Même point : d et d' sont sécantes en $S\left(-\frac{1}{2};1;4\right)$.

2.a. $\overrightarrow{AB}=(2;-3;1)$, $\overrightarrow{AC}=(2;-1;0)$. $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=2-6+4=0$, $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=2-2+0=0$. $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires : $\vec{n}$ est normal à (ABC).

2.b. $x+2y+4z+d=0$. $A(-1;2;1)$: $-1+4+4+d=0$, $d=-7$. D'où $x+2y+4z-7=0$.

2.c. $S\left(-\frac{1}{2};1;4\right)$: $-\frac{1}{2}+2+16-7=\frac{21}{2}\neq 0$. Donc $S\notin(ABC)$: non coplanaires.

3.a. $\overrightarrow{SH}=\left(-\frac{1}{2};-1;-2\right)=-\frac{1}{2}\vec{n}$: $\overrightarrow{SH}$ est colinéaire à $\vec{n}$, donc $(SH)\perp(ABC)$. Vérifions $H\in(ABC)$: $-(-1)+0+8-7=0$. ✓ Donc H est le projeté orthogonal.

3.b. $SH=\sqrt{\frac{1}{4}+1+4}=\sqrt{\frac{21}{4}}=\frac{\sqrt{21}}{2}$. Pour tout $M\in(ABC)$, $SM\geqslant SH=\frac{\sqrt{21}}{2}$. Donc aucun M ne vérifie $SM<\frac{\sqrt{21}}{2}$.

Partie B

1. $\overrightarrow{CS}=\left(-\frac{3}{2};0;3\right)$. $M=C+k\,\overrightarrow{CS}=\left(1-\frac{3k}{2};\ 1;\ 1+3k\right)$.

2. $\overrightarrow{MA}=\left(-2+\frac{3k}{2};\ 1;\ -3k\right)$, $\overrightarrow{MB}=\left(\frac{3k}{2};\ -2;\ 1-3k\right)$. Rectangle en M : $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$.

$$\left(-2+\frac{3k}{2}\right)\frac{3k}{2}+1\times(-2)+(-3k)(1-3k)=0$$

$$\frac{9k^2}{4}-3k-2-3k+9k^2=0 \iff \frac{45k^2}{4}-6k-2=0 \iff 45k^2-24k-8=0.$$

$\Delta=576+1440=2016$. $k=\frac{24\pm\sqrt{2016}}{90}$. $k_1\approx 0{,}77\in[0;1]$ et $k_2\approx -0{,}23\notin[0;1]$.

Donc **oui**, il existe un unique point M sur $[CS]$ (pour $k\approx 0{,}77$).

Corrigé — Exercice 4 : Probabilités (5 pts)

Partie A

1. $P(T)=0{,}1$, $P_T(E)=0{,}30$, $P_{\overline{T}}(E)=0{,}15$. $P(\overline{T}\cap E)=0{,}9\times 0{,}15=0{,}135$.

2. $P(E)=P(T\cap E)+P(\overline{T}\cap E)=0{,}1\times 0{,}30+0{,}135=0{,}03+0{,}135=0{,}165$.

3. $P_E(T)=\frac{P(T\cap E)}{P(E)}=\frac{0{,}03}{0{,}165}\approx 0{,}18$.

Partie B

1. $X\sim\mathcal{B}(15;\ 0{,}165)$.

2. $P(X=5)=\binom{15}{5}(0{,}165)^5(0{,}835)^{10}\approx 0{,}05$.

3. $P(X\geqslant 1)=1-P(X=0)=1-(0{,}835)^{15}\approx 1-0{,}065\approx 0{,}94$.

4. $P(X\geqslant 1)\geqslant 0{,}99 \iff 1-(0{,}835)^n\geqslant 0{,}99 \iff (0{,}835)^n\leqslant 0{,}01 \iff n\geqslant\frac{\ln 0{,}01}{\ln 0{,}835}\approx 25{,}5$. Donc $n=\boxed{26}$ contrôles.