

Le second degré

Fiche d'entraînement au **DS n°1** du mercredi 30 septembre 2026
Chapitre 01 • Classe de Première — Spécialité Mathématiques

PR. ELAKILI

12 exercices, difficulté croissante

missionmaths360.com

Difficulté : ★☆☆☆ abordable • ★☆☆☆ classique • ★★☆☆ solide • ★★★★★ exigeant

Exercice 1 • Résolution d'équations ★☆☆☆

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$ b) $4x^2 - 12x + 9 = 0$ c) $3x^2 + x + 1 = 0$ d) $2x^2 - 5x - 3 = 0$.

Exercice 2 • Forme canonique et extremum ★☆☆☆

Mettre chaque trinôme sous forme canonique, puis en déduire son extremum et dresser son tableau de variations :

a) $f(x) = x^2 + 8x + 11$ b) $g(x) = -3x^2 + 12x - 5$.

Exercice 3 • Factorisation ★★☆☆

1. Factoriser, lorsque c'est possible, les trinômes suivants : a) $A(x) = 3x^2 - 12x + 9$ b) $B(x) = -x^2 + 6x - 9$ c) $C(x) = 2x^2 + x + 3$.

2. En déduire, pour $x \neq 3$, une écriture simplifiée du quotient $\frac{A(x)}{x-3}$.

Exercice 4 • Deux réels connaissant leur somme et leur produit ★★☆☆

- Déterminer deux réels dont la somme vaut 9 et le produit vaut 20.
- Déterminer deux réels dont la somme vaut -2 et le produit vaut -15 .
- Existe-t-il deux réels dont la somme vaut 4 et le produit vaut 5 ? Justifier.
- Déterminer deux réels dont la somme vaut 3 et dont la somme des cubes vaut 9.
(On pourra utiliser l'identité $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$.)

Exercice 5 • Inéquations du second degré ★★☆☆

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $-x^2 + 4x - 3 \geq 0$ b) $2x^2 - 7x + 3 < 0$ c) $9x^2 - 6x + 1 > 0$.

Exercice 6 • Somme et produit des racines ★★☆☆

On considère l'équation $3x^2 - 8x + 2 = 0$, de racines x_1 et x_2 . **Sans calculer ces racines :**

- Justifier l'existence de deux racines distinctes, puis donner $x_1 + x_2$ et $x_1 x_2$.
- En déduire $x_1^2 + x_2^2$, puis $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$, puis $(x_1 - x_2)^2$.

Exercice 7 • Parabole et droite ★★☆☆

Dans un repère, on considère la parabole $\mathcal{P} : y = x^2 - 2x - 3$ et la droite $\mathcal{D} : y = 2x - 3$.

- Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}$.
- Étudier la position relative de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}$ (au-dessus, au-dessous).

Exercice 8 • Équation à paramètre ★★★☆

Soit m un réel. On considère l'équation $(E_m) : x^2 + (m - 2)x + m + 1 = 0$.

1. Calculer le discriminant $\Delta(m)$ et le factoriser.
2. Discuter, selon les valeurs de m , le nombre de solutions de (E_m) .
3. Pour quelles valeurs de m l'équation admet-elle une racine double ? Préciser cette racine dans chaque cas.

Exercice 9 • Équations se ramenant au second degré ★★★☆

Résoudre dans $\mathbb{R}$, à l'aide du changement d'inconnue $X = x^2$:

a) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

b) $2x^4 + 5x^2 - 3 = 0$.

Exercice 10 • Construire de nouvelles équations ★★★★★

On considère l'équation $x^2 - 7x + 2 = 0$, de racines x_1 et x_2 .

1. Justifier que cette équation admet bien deux racines distinctes, puis donner $x_1 + x_2$ et x_1x_2 .
2. Calculer $x_1^2 + x_2^2$ et $x_1^2 \times x_2^2$. En déduire une équation du second degré à coefficients entiers dont les racines sont x_1^2 et x_2^2 .
3. Déterminer de même une équation du second degré dont les racines sont $x_1 + 2$ et $x_2 + 2$.

Exercice 11 • Équation à paramètre : signe des racines ★★★★★

Soit m un réel. On considère l'équation $(E_m) : x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 3m = 0$.

1. Montrer que $\Delta = 4(1 - m)$ et en déduire pour quelles valeurs de m l'équation admet deux racines distinctes.
2. On suppose $m < 1$ et on note x_1 et x_2 les deux racines. Exprimer $S = x_1 + x_2$ et $P = x_1x_2$ en fonction de m .
3. Pour quelles valeurs de m ces deux racines sont-elles de signes contraires ?
4. Pour quelles valeurs de m sont-elles toutes deux strictement positives ?

Exercice 12 • Problème : trajectoire d'un projectile ★★★★★

D'un balcon situé en haut d'un immeuble, on lance verticalement une balle vers le haut. Sa hauteur au-dessus du sol, en mètres, est donnée par $h(t) = -5t^2 + 20t + 25$, où t désigne le temps écoulé depuis le lancer, en secondes.

1. De quelle hauteur la balle est-elle lancée ?
2. Déterminer la forme canonique de h , puis la hauteur maximale atteinte et l'instant où elle est atteinte.
3. À quel instant la balle touche-t-elle le sol ?
4. Pendant combien de temps la balle se trouve-t-elle à plus de 40 mètres du sol ?

Ce qu'il faut savoir faire le jour du DS

- Calculer Δ et résoudre une équation du second degré sans erreur de signe.
- Mettre un trinôme sous forme canonique et en déduire le sommet, l'extremum et les variations.
- Factoriser un trinôme, dresser un tableau de signes et résoudre une inéquation en rédigeant l'ensemble solution.
- Utiliser $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ et $x_1x_2 = \frac{c}{a}$ sans calculer les racines.
- Reconnaître que deux réels de somme S et de produit P sont racines de $X^2 - SX + P = 0$.
- Discuter une équation à paramètre : signe de Δ , puis signes de S et P .
- Traduire un problème concret par un trinôme, puis conclure par une phrase.

Fin de la fiche — Bon travail, et bonne préparation au DS !

Le second degré — Corrigé

Fiche d'entraînement au **DS n°1** du mercredi 30 septembre 2026
Chapitre 01 • Classe de Première — Spécialité Mathématiques

PR. ELAKILI

Corrigé détaillé des 12 exercices

missionmaths360.com

Exercice 1 • Résolution d'équations

★★★★

- a) $x^2 - 7x + 10 = 0 : \Delta = 49 - 40 = 9 > 0, x = \frac{7 \pm 3}{2} \rightsquigarrow S = \{2; 5\}.$
 b) $4x^2 - 12x + 9 = 0 : \Delta = 144 - 144 = 0$, racine double $x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \rightsquigarrow S = \{\frac{3}{2}\}$ (on reconnaît $(2x - 3)^2$).
 c) $3x^2 + x + 1 = 0 : \Delta = 1 - 12 = -11 < 0 \rightsquigarrow S = \emptyset.$
 d) $2x^2 - 5x - 3 = 0 : \Delta = 25 + 24 = 49 > 0, x = \frac{5 \pm 7}{4} \rightsquigarrow S = \{-\frac{1}{2}; 3\}.$

Exercice 2 • Forme canonique et extremum

★★★★

- a) $f(x) = x^2 + 8x + 11 = (x + 4)^2 - 16 + 11 = (x + 4)^2 - 5$. Comme $a = 1 > 0 : \rightsquigarrow f$ admet un **minimum** égal à -5 , atteint en $x = -4$; f est décroissante sur $] -\infty; -4]$ et croissante sur $[-4; +\infty[$.
 b) $g(x) = -3x^2 + 12x - 5 = -3(x^2 - 4x) - 5 = -3[(x - 2)^2 - 4] - 5 = -3(x - 2)^2 + 7$. Comme $a = -3 < 0 : \rightsquigarrow g$ admet un **maximum** égal à 7 , atteint en $x = 2$; g est croissante sur $] -\infty; 2]$ et décroissante sur $[2; +\infty[$.

x	$-\infty$	-4	$+\infty$
f	$+\infty$	$\searrow -5$	$\nearrow +\infty$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
g	$-\infty$	$\nearrow 7$	$\searrow -\infty$

Exercice 3 • Factorisation

★★★★

1. a) $A(x) = 3x^2 - 12x + 9 : \Delta = 144 - 108 = 36 > 0$, racines $\frac{12 \pm 6}{6}$, soit 1 et $3 \rightsquigarrow A(x) = 3(x - 1)(x - 3).$
 b) $B(x) = -x^2 + 6x - 9 = -(x^2 - 6x + 9) : \Delta = 36 - 36 = 0$, racine double $3 \rightsquigarrow B(x) = -(x - 3)^2.$
 c) $C(x) = 2x^2 + x + 3 : \Delta = 1 - 24 = -23 < 0 \rightsquigarrow C$ ne se factorise pas en produit de polynômes de degré 1.
 2. Pour $x \neq 3 : \frac{A(x)}{x-3} = \frac{3(x-1)(x-3)}{x-3} \rightsquigarrow \frac{A(x)}{x-3} = 3(x-1) = 3x - 3.$

Exercice 4 • Deux réels connaissant leur somme et leur produit

★★★★

Méthode : deux réels de somme S et de produit P sont les solutions de $X^2 - SX + P = 0$.

1. $X^2 - 9X + 20 = 0 : \Delta = 81 - 80 = 1, X = \frac{9 \pm 1}{2} \rightsquigarrow$ les réels sont 4 et 5 .
 2. $X^2 + 2X - 15 = 0 : \Delta = 4 + 60 = 64, X = \frac{-2 \pm 8}{2} \rightsquigarrow$ les réels sont -5 et 3 .
 3. $X^2 - 4X + 5 = 0 : \Delta = 16 - 20 = -4 < 0 \rightsquigarrow$ il n'existe pas de tels réels.
 4. Soient a et b tels que $a + b = 3$ et $a^3 + b^3 = 9$, et soit $P = ab$. Avec $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) :$

$$9 = 3^3 - 3P \times 3 = 27 - 9P \implies 9P = 18 \implies P = 2.$$

a et b sont donc racines de $X^2 - 3X + 2 = 0 : \Delta = 1, X = \frac{3 \pm 1}{2} \rightsquigarrow \{a; b\} = \{1; 2\}$. *Vérification* : $1^3 + 2^3 = 1 + 8 = 9$.

Exercice 5 • Inéquations du second degré

★★★★

- a) $-x^2 + 4x - 3 \geq 0 : \Delta = 16 - 12 = 4$, racines $\frac{-4 \pm 2}{-2}$, soit 1 et 3 . Comme $a = -1 < 0$, le trinôme est positif entre les racines $\rightsquigarrow S = [1; 3]$.
 b) $2x^2 - 7x + 3 < 0 : \Delta = 49 - 24 = 25$, racines $\frac{7 \pm 5}{4}$, soit $\frac{1}{2}$ et 3 . Comme $a = 2 > 0$, le trinôme est négatif entre les racines $\rightsquigarrow S =]\frac{1}{2}; 3[$.
 c) $9x^2 - 6x + 1 > 0 : \Delta = 0$ et $9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2$, qui est strictement positif sauf en $x = \frac{1}{3} \rightsquigarrow S =]-\infty; \frac{1}{3}[\cup]\frac{1}{3}; +\infty[$.

Exercice 6 • Somme et produit des racines

★★★★

Pour $3x^2 - 8x + 2 = 0 : a = 3, b = -8, c = 2$.

1. $\Delta = 64 - 24 = 40 > 0$: l'équation admet bien deux racines distinctes, et $\rightsquigarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{8}{3}, x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}.$
 2. $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \frac{64}{9} - \frac{4}{3} = \frac{64 - 12}{9} \rightsquigarrow \frac{52}{9}.$
 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{8/3}{2/3} \rightsquigarrow 4. \quad (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = \frac{64}{9} - \frac{8}{3} \rightsquigarrow \frac{40}{9}.$

Exercice 7 • Parabole et droite

★★★★☆

1. On résout $x^2 - 2x - 3 = 2x - 3$, soit $x^2 - 4x = 0$, c'est-à-dire $x(x - 4) = 0 : x = 0$ ou $x = 4$.
 $\rightsquigarrow$ Les points d'intersection sont $A(0; -3)$ et $B(4; 5)$.
2. On étudie $d(x) = (x^2 - 2x - 3) - (2x - 3) = x^2 - 4x = x(x - 4)$, trinôme avec $a = 1 > 0$ et de racines 0 et 4 :
 $d(x) > 0$ pour $x < 0$ ou $x > 4$, $d(x) < 0$ pour $0 < x < 4$.
 $\rightsquigarrow \mathcal{P}$ est **au-dessus** de $\mathcal{D}$ sur $] -\infty; 0[\cup]4; +\infty[$, **au-dessous** sur $]0; 4[$, et les deux courbes se coupent en A et B .

Exercice 8 • Équation à paramètre

★★★★☆

- $(E_m) : x^2 + (m - 2)x + m + 1 = 0$.
1. $\Delta(m) = (m - 2)^2 - 4(m + 1) = m^2 - 4m + 4 - 4m - 4 = m^2 - 8m \rightsquigarrow \Delta(m) = m(m - 8)$.
2. Signe de $m(m - 8)$ (trinôme en m , $a = 1 > 0$, racines 0 et 8) :
 • si $m < 0$ ou $m > 8 : \Delta > 0$, l'équation a **deux solutions distinctes** ;
 • si $m = 0$ ou $m = 8 : \Delta = 0$, l'équation a **une racine double** ;
 • si $0 < m < 8 : \Delta < 0$, l'équation n'a **aucune solution réelle**.
3. Racine double pour $m = 0$ et $m = 8$, et alors $x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{2-m}{2}$:
 $\rightsquigarrow$ pour $m = 0 : x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$, racine double $x_0 = 1$; pour $m = 8 : x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$, racine double $x_0 = -3$.

Exercice 9 • Équations se ramenant au second degré

★★★★☆

- On pose $X = x^2$, avec la condition $X \geq 0$.
- a) $X^2 - 10X + 9 = 0 : \Delta = 100 - 36 = 64$, $X = \frac{10 \pm 8}{2}$, donc $X = 1$ ou $X = 9$ (tous deux positifs). D'où $x^2 = 1$ ou $x^2 = 9 \rightsquigarrow S = \{-3; -1; 1; 3\}$.
- b) $2X^2 + 5X - 3 = 0 : \Delta = 25 + 24 = 49$, $X = \frac{-5 \pm 7}{4}$, donc $X = \frac{1}{2}$ ou $X = -3$. La valeur $X = -3$ est **à rejeter** car $X = x^2 \geq 0$. Il reste $x^2 = \frac{1}{2} \rightsquigarrow S = \left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$.

Exercice 10 • Construire de nouvelles équations

★★★★☆

1. Pour $x^2 - 7x + 2 = 0 : \Delta = 49 - 8 = 41 > 0$, donc deux racines distinctes, et $\rightsquigarrow x_1 + x_2 = 7$, $x_1 x_2 = 2$.
2. $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 49 - 4 = 45$ et $x_1^2 \times x_2^2 = (x_1 x_2)^2 = 4$.
 x_1^2 et x_2^2 ont donc pour somme 45 et pour produit 4 $\rightsquigarrow$ elles sont racines de $X^2 - 45X + 4 = 0$.
3. $(x_1 + 2) + (x_2 + 2) = x_1 + x_2 + 4 = 11$ et $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 = 2 + 14 + 4 = 20$.
 $\rightsquigarrow x_1 + 2$ et $x_2 + 2$ sont racines de $X^2 - 11X + 20 = 0$ (de discriminant $121 - 80 = 41$, ce qui est cohérent).

Exercice 11 • Équation à paramètre : signe des racines

★★★★☆

- $(E_m) : x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 3m = 0$.
1. $\Delta = [-2(m + 1)]^2 - 4(m^2 + 3m) = 4(m^2 + 2m + 1 - m^2 - 3m) = 4(1 - m)$.
 $\rightsquigarrow \Delta > 0 \iff m < 1$: l'équation admet deux racines distinctes si et seulement si $m < 1$.
2. Pour $m < 1 : \rightsquigarrow S = x_1 + x_2 = 2(m + 1)$ et $P = x_1 x_2 = m^2 + 3m = m(m + 3)$.
3. Deux racines de signes contraires $\iff P < 0 \iff m(m + 3) < 0 \iff -3 < m < 0$ (condition qui implique bien $m < 1$).
 $\rightsquigarrow m \in]-3; 0[$.
4. Deux racines strictement positives $\iff \Delta > 0, P > 0$ et $S > 0$, soit : $m < 1$; $m(m + 3) > 0$ c'est-à-dire $m < -3$ ou $m > 0$; $2(m + 1) > 0$ c'est-à-dire $m > -1$. L'intersection de ces trois conditions donne $\rightsquigarrow m \in]0; 1[$.

Exercice 12 • Problème : trajectoire d'un projectile

★★★★☆

- $h(t) = -5t^2 + 20t + 25$, avec $t \geq 0$.
1. $h(0) = 25 \rightsquigarrow$ la balle est lancée d'une hauteur de 25 m.
2. $h(t) = -5(t^2 - 4t) + 25 = -5[(t - 2)^2 - 4] + 25 = -5(t - 2)^2 + 45$. Comme $a = -5 < 0$:
 $\rightsquigarrow$ la hauteur maximale est de **45 m**, atteinte au bout de $t = 2$ secondes.
3. $h(t) = 0 \iff -5t^2 + 20t + 25 = 0 \iff t^2 - 4t - 5 = 0 : \Delta = 16 + 20 = 36$, $t = \frac{4 \pm 6}{2}$, soit $t = 5$ ou $t = -1$. La valeur $t = -1$ n'a pas de sens ici $\rightsquigarrow$ la balle touche le sol au bout de 5 secondes.
4. $h(t) > 40 \iff -5t^2 + 20t - 15 > 0 \iff t^2 - 4t + 3 < 0$. Ce trinôme a pour racines 1 et 3 et $a = 1 > 0$: il est négatif entre les racines, donc $1 < t < 3$.
 $\rightsquigarrow$ la balle reste à plus de 40 m du sol pendant $3 - 1 = 2$ secondes.

Fin du corrigé — PR. ELAKILI • missionmaths360.com