

Le second degré

Fiche d'entraînement n° 2 au **DS n° 1** du mercredi 30 septembre 2026

Chapitre 01 • Classe de Première — Spécialité Mathématiques

PR. ELAKILI

12 exercices, difficulté croissante

Site web : missionmaths360.com

Difficulté : ★☆☆☆ abordable • ★★☆☆ classique • ★★★☆ solide • ★★★★★ exigeant

Exercice 1 • Résolution d'équations ★☆☆☆

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $6x^2 - x - 2 = 0$

b) $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0$

c) $-2x^2 + 3x - 4 = 0$

d) $x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0.$

Exercice 2 • Reconnaître un trinôme, forme canonique ★☆☆☆

On considère les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (x - 2)^2 - x^2, \quad g(x) = (3x + 1)(x - 2) - x^2, \quad h(x) = (x + 1)^3 - x^3.$$

1. Parmi f , g et h , lesquelles sont des fonctions polynômes de degré 2 ? Préciser leurs coefficients.
2. Déterminer la forme canonique de h , en déduire son extremum, puis dresser son tableau de variations.

Exercice 3 • Forme canonique et parabole ★★☆☆

1. Soit $f(x) = -2x^2 + 6x + 8$. Écrire $f(x)$ sous forme canonique, en déduire les coordonnées du sommet de sa parabole, puis, à partir de la forme canonique, résoudre $f(x) = 0$ et factoriser $f(x)$.
2. Déterminer le trinôme dont la parabole a pour sommet $S(1; -8)$ et passe par le point $A(3; 0)$.

Exercice 4 • Inéquations ★★☆☆

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $x^2 \leq 3x + 10$

b) $-3x^2 + 2x - 1 < 0$

c) $\frac{x^2 - x - 2}{3 - x} \leq 0.$

Exercice 5 • Factorisation et équation avec quotients ★★☆☆

1. Factoriser $2x^2 + x - 6$, puis simplifier, pour $x \notin \{-2; 2\}$, le quotient $F(x) = \frac{2x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$.
2. Préciser les valeurs interdites, puis résoudre dans $\mathbb{R}$: $\frac{x}{x-2} + \frac{3}{x+1} = \frac{6}{(x-2)(x+1)}.$

Exercice 6 • Somme et produit des racines ★★☆☆

On considère l'équation $2x^2 + 5x - 4 = 0$. **Sans calculer les racines :**

1. Justifier que l'équation admet deux racines distinctes x_1 et x_2 et donner $x_1 + x_2$ et $x_1 x_2$. Que peut-on dire du signe de ces racines ?
2. Calculer $x_1^2 + x_2^2$, $x_1^3 + x_2^3$, $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ et $(x_1 - x_2)^2$.

Exercice 7 • Racines et coefficients ★★☆☆

1. Montrer que 1 est une racine évidente de $5x^2 - 7x + 2 = 0$, puis en déduire l'autre racine sans calculer Δ .
2. Déterminer le réel m pour que -2 soit racine de $x^2 + mx - 6 = 0$, puis trouver l'autre racine.
3. Déterminer un trinôme de la forme $x^2 + bx + c$ dont les racines sont $2 - \sqrt{3}$ et $2 + \sqrt{3}$.
4. Déterminer deux réels x et y tels que $x + y = 7$ et $x^2 + y^2 = 29$.

Exercice 8 • Une parabole et une famille de droites ★★☆☆

Dans un repère, on considère la parabole $\mathcal{P} : y = x^2 + x + 1$ et, pour tout réel m , la droite $\mathcal{D}_m : y = mx$.

1. Montrer que les abscisses des points communs à $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}_m$ sont les solutions de $x^2 + (1-m)x + 1 = 0$.
2. Discuter, selon m , le nombre de points d'intersection de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}_m$.
3. Pour quelles valeurs de m la droite $\mathcal{D}_m$ n'a-t-elle qu'un seul point commun avec $\mathcal{P}$? Préciser ce point.
4. Dans le cas $m = 4$, étudier la position relative de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}_4$.

Exercice 9 • Changements d'inconnue ★★☆☆

Résoudre dans $\mathbb{R}$, à l'aide d'un changement d'inconnue bien choisi :

- a) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ b) $x - 5\sqrt{x} + 6 = 0$ c) $(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$.

Exercice 10 • Équation à paramètre (coefficient dominant variable) ★★☆☆

Soit m un réel. On considère l'équation $(E_m) : (m-1)x^2 - 2mx + m + 2 = 0$.

1. Résoudre (E_m) dans le cas $m = 1$.
2. On suppose $m \neq 1$. Montrer que $\Delta = 4(2-m)$, puis discuter selon m le nombre de solutions de (E_m) . Donner la racine double lorsqu'elle existe.
3. Pour quelles valeurs de m l'équation admet-elle deux racines de signes contraires?

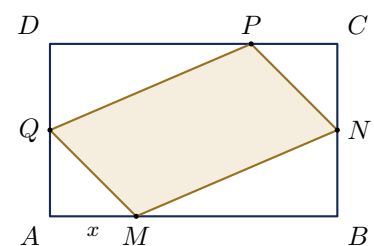
Exercice 11 • Trinôme de signe constant ★★☆☆

1. Déterminer les réels m pour lesquels, pour tout réel x : $x^2 - 2mx + m + 6 > 0$.
2. Déterminer les réels m pour lesquels, pour tout réel x : $-x^2 + (m+1)x - 4 \leq 0$.

Exercice 12 • Problème : quadrilatère inscrit dans un rectangle ★★☆☆

$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 10$ et $AD = 6$ (en cm). Pour $x \in [0; 6]$, on place $M \in [AB]$, $N \in [BC]$, $P \in [CD]$, $Q \in [DA]$ tels que $AM = BN = CP = DQ = x$.

1. Montrer que l'aire de $MNPQ$ vaut $\mathcal{A}(x) = 2x^2 - 16x + 60$.
2. Écrire $\mathcal{A}(x)$ sous forme canonique. Pour quelle valeur de x l'aire est-elle minimale? Quelle est cette aire minimale?
3. Pour quelles valeurs de x l'aire de $MNPQ$ est-elle égale à la moitié de celle de $ABCD$?
4. Pour quelles valeurs de x l'aire de $MNPQ$ est-elle inférieure ou égale à 36 cm^2 ?

**Pièges classiques à éviter le jour du DS**

- Toujours vérifier $a \neq 0$ avant de parler de Δ (équation à paramètre).
- Écarter les valeurs interdites *avant* de conclure une équation avec quotients.
- Après un changement d'inconnue $X = x^2$ ou $X = \sqrt{x}$, rejeter les $X < 0$.
- Pour $\Delta < 0$: le trinôme est *du signe de a* sur tout $\mathbb{R}$.
- Un tableau de signes de quotient : double barre sous la valeur interdite.
- Une racine connue x_1 donne l'autre via $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

Fin de la fiche — Bon travail, et bonne préparation au DS!

Le second degré — Corrigé

Fiche d'entraînement n° 2 au **DS n° 1** du mercredi 30 septembre 2026

Chapitre 01 • Classe de Première — Spécialité Mathématiques

PR. ELAKILI

Corrigé détaillé des 12 exercices

Site web : missionmaths360.com

Exercice 1 • Résolution d'équations

★★★★

a) $\Delta = 1 + 48 = 49 > 0$, $x = \frac{1 \pm 7}{12} \rightsquigarrow S = \left\{-\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right\}$. b) $\Delta = 12 - 12 = 0$, $x_0 = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \rightsquigarrow S = \{\sqrt{3}\}$ (c'est $(x - \sqrt{3})^2$).

c) $\Delta = 9 - 32 = -23 < 0 \rightsquigarrow S = \emptyset$.

d) $\Delta = (1 + \sqrt{2})^2 - 4\sqrt{2} = 3 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)^2 > 0$, donc $\sqrt{\Delta} = \sqrt{2} - 1$ et $x = \frac{(1+\sqrt{2}) \pm (\sqrt{2}-1)}{2} \rightsquigarrow S = \{1; \sqrt{2}\}$.

Plus rapide : 1 et $\sqrt{2}$ ont pour somme $1 + \sqrt{2}$ et pour produit $\sqrt{2}$.

Exercice 2 • Reconnaître un trinôme, forme canonique

★★★★

1. $f(x) = x^2 - 4x + 4 - x^2 = -4x + 4$: $\rightsquigarrow f$ est affine, **pas** de degré 2.

$g(x) = 3x^2 - 5x - 2 - x^2 = 2x^2 - 5x - 2 \rightsquigarrow$ degré 2 : $a = 2$, $b = -5$, $c = -2$.

$h(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3 = 3x^2 + 3x + 1 \rightsquigarrow$ degré 2 : $a = b = 3$, $c = 1$.

2. $h(x) = 3(x^2 + x) + 1 = 3\left[\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right] + 1$

$\rightsquigarrow h(x) = 3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$.

$a = 3 > 0 \rightsquigarrow h$ admet un **minimum** égal à $\frac{1}{4}$, atteint en $x = -\frac{1}{2}$.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
h	$+\infty$	$\searrow \frac{1}{4} \nearrow$	$+\infty$

Exercice 3 • Forme canonique et parabole

★★★★

1. $f(x) = -2(x^2 - 3x) + 8 = -2\left[\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right] + 8 \rightsquigarrow f(x) = -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{2}$; sommet $S\left(\frac{3}{2}; \frac{25}{2}\right)$.

$f(x) = 0 \iff \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} \iff x - \frac{3}{2} = \pm \frac{5}{2} \iff x = 4$ ou $x = -1 \rightsquigarrow f(x) = -2(x+1)(x-4)$.

2. Le sommet étant $S(1; -8)$: $f(x) = a(x-1)^2 - 8$. Or $f(3) = 0$: $4a - 8 = 0$, donc $a = 2 \rightsquigarrow f(x) = 2(x-1)^2 - 8 = 2x^2 - 4x - 6$.

Exercice 4 • Inéquations

★★★★

a) $x^2 - 3x - 10 \leq 0$: $\Delta = 49$, racines -2 et 5 , $a > 0$: négatif entre les racines $\rightsquigarrow S = [-2; 5]$.

b) $\Delta = 4 - 12 = -8 < 0$: le trinôme est du signe de $a = -3$, donc strictement négatif sur $\mathbb{R} \rightsquigarrow S = \mathbb{R}$.

c) Valeur interdite : $x = 3$. Numérateur

$x^2 - x - 2$: $\Delta = 9$, racines -1 et 2 ,

$a > 0$. Dénominateur $3 - x$: positif si

$x < 3$.

$\rightsquigarrow S = [-1; 2] \cup]3; +\infty[$.

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$
$x^2 - x - 2$	$+$	0	$-$	0	$+$
$3 - x$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
quotient	$+$	0	$-$	0	$-$

Exercice 5 • Factorisation et équation avec quotients

★★★★

1. $\Delta = 1 + 48 = 49$, racines $\frac{-1 \pm 7}{4}$, soit $\frac{3}{2}$ et -2 : $2x^2 + x - 6 = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)(x + 2) = (2x - 3)(x + 2)$. Avec $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$: $\rightsquigarrow F(x) = \frac{2x-3}{x-2}$.

2. Valeurs interdites : 2 et -1 . En multipliant par $(x - 2)(x + 1) \neq 0$: $x(x + 1) + 3(x - 2) = 6 \iff x^2 + 4x - 12 = 0$; $\Delta = 64$, $x = \frac{-4 \pm 8}{2}$, soit $x = 2$ ou $x = -6$. Or 2 est interdite $\rightsquigarrow S = \{-6\}$.

Exercice 6 • Somme et produit des racines

★★★★

1. $\Delta = 25 + 32 = 57 > 0$: deux racines distinctes, et $\rightsquigarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{5}{2}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -2$. Le produit est négatif $\rightsquigarrow$ les racines sont **de signes contraires**.

2. $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \frac{25}{4} + 4 \rightsquigarrow \frac{41}{4}$.

$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) = -\frac{125}{8} - 15 \rightsquigarrow -\frac{245}{8}$.

$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{41/4}{-2} \rightsquigarrow -\frac{41}{8}$. $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = \frac{25}{4} + 8 \rightsquigarrow \frac{57}{4}$ (on retrouve $\frac{\Delta}{a^2}$).

Exercice 7 • Racines et coefficients

★★★★☆

- $5 - 7 + 2 = 0$, donc 1 est racine. Avec $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2}{5}$ et $x_1 = 1 \rightsquigarrow$ l'autre racine est $\frac{2}{5}$.
- $(-2)^2 - 2m - 6 = 0 \iff m = -1$. Produit des racines : $-2 \times x_2 = -6 \rightsquigarrow m = -1$ et l'autre racine est 3.
- Somme = 4, produit = $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1 \rightsquigarrow x^2 - 4x + 1$.
- $xy = \frac{(x+y)^2 - (x^2+y^2)}{2} = \frac{49-29}{2} = 10$: x et y sont racines de $X^2 - 7X + 10 = 0$ ($\Delta = 9$) $\rightsquigarrow \{x; y\} = \{2; 5\}$.

Exercice 8 • Une parabole et une famille de droites

★★★★☆

- Un point $(x; y)$ est commun à $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}_m$ si et seulement si $x^2 + x + 1 = mx$, soit $x^2 + (1 - m)x + 1 = 0$.
- $\Delta = (1 - m)^2 - 4 = (1 - m - 2)(1 - m + 2) = (m + 1)(m - 3)$, trinôme en m de racines -1 et 3 ($a = 1 > 0$) :
 - $m < -1$ ou $m > 3$: **deux** points communs ; $m = -1$ ou $m = 3$: **un seul** point ; $-1 < m < 3$: **aucun** point.
- Pour $\Delta = 0$, la racine double est $x_0 = \frac{m-1}{2}$: $\rightsquigarrow m = -1$: $x_0 = -1$, point $T(-1; 1)$; $m = 3$: $x_0 = 1$, point $T'(1; 3)$.
- $d(x) = x^2 + x + 1 - 4x = x^2 - 3x + 1$: $\Delta = 5$, racines $\alpha = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ et $\beta = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$, $a > 0$. $\rightsquigarrow \mathcal{P}$ est au-dessus de $\mathcal{D}_4$ sur $]-\infty; \alpha[\cup]\beta; +\infty[$, au-dessous sur $]\alpha; \beta[$.

Exercice 9 • Changements d'inconnue

★★★★☆

- $X = x^2 \geq 0$: $X^2 - 3X - 4 = 0$, $\Delta = 25$, $X = 4$ ou $X = -1$ (rejeté car $X \geq 0$). $x^2 = 4 \rightsquigarrow S = \{-2; 2\}$.
- Condition $x \geq 0$; $X = \sqrt{x} \geq 0$: $X^2 - 5X + 6 = 0$, $X = 2$ ou $X = 3$, donc $x = 4$ ou $x = 9 \rightsquigarrow S = \{4; 9\}$.
- $X = x^2 + x$: $X^2 - 8X + 12 = 0$, $\Delta = 16$, $X = 2$ ou $X = 6$. $x^2 + x - 2 = 0$ donne 1 et -2 ; $x^2 + x - 6 = 0$ donne 2 et $-3 \rightsquigarrow S = \{-3; -2; 1; 2\}$.

Exercice 10 • Équation à paramètre (coefficient dominant variable)

★★★★☆

- Pour $m = 1$, l'équation est du premier degré : $-2x + 3 = 0 \rightsquigarrow S = \{\frac{3}{2}\}$.
- $\Delta = (-2m)^2 - 4(m - 1)(m + 2) = 4m^2 - 4(m^2 + m - 2) = 4(2 - m)$.
 - $m < 2$ et $m \neq 1$: deux solutions distinctes ; $m > 2$: aucune solution ;
 - $m = 2$: racine double $x_0 = \frac{2m}{2(m-1)} = \frac{m}{m-1} = 2$ (on a bien $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$).
- Il faut $m \neq 1$ et $P = \frac{c}{a} = \frac{m+2}{m-1} < 0$; si $P < 0$, alors $ac < 0$ et $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ automatiquement. Un tableau de signes du quotient donne $\rightsquigarrow m \in]-2; 1[$.

Exercice 11 • Trinôme de signe constant

★★★★☆

- $a = 1 > 0$: le trinôme est strictement positif sur $\mathbb{R}$ si et seulement si $\Delta < 0$ (si $\Delta \geq 0$, il s'annule). $\Delta = 4m^2 - 4(m + 6) = 4(m^2 - m - 6) = 4(m - 3)(m + 2) < 0 \rightsquigarrow m \in]-2; 3[$.
- $a = -1 < 0$: le trinôme est négatif ou nul sur $\mathbb{R}$ si et seulement si $\Delta \leq 0$. $\Delta = (m + 1)^2 - 16 = (m - 3)(m + 5) \leq 0 \rightsquigarrow m \in [-5; 3]$.

Exercice 12 • Problème : quadrilatère inscrit dans un rectangle

★★★★☆

- On retire à l'aire de $ABCD$ (60) quatre triangles rectangles : AMQ et CPN d'aire $\frac{x(6-x)}{2}$, BNM et DQP d'aire $\frac{x(10-x)}{2}$: $\mathcal{A}(x) = 60 - x(6 - x) - x(10 - x) = 2x^2 - 16x + 60$.
- $\mathcal{A}(x) = 2(x^2 - 8x) + 60 = 2[(x - 4)^2 - 16] + 60 \rightsquigarrow \mathcal{A}(x) = 2(x - 4)^2 + 28$. Comme $2 > 0$ et $4 \in [0; 6]$: $\rightsquigarrow$ l'aire est minimale pour $x = 4$ et vaut 28 cm^2 .
- $\mathcal{A}(x) = 30 \iff x^2 - 8x + 15 = 0$; $\Delta = 4$, $x = 3$ ou $x = 5$ (tous deux dans $[0; 6]$) $\rightsquigarrow x = 3$ ou $x = 5$.
- $\mathcal{A}(x) \leq 36 \iff x^2 - 8x + 12 \leq 0$: racines 2 et 6, $a > 0$, négatif entre les racines. Avec $x \in [0; 6]$ $\rightsquigarrow x \in [2; 6]$.