

Devoir Surveillé n°01 — Le second degré

Lycée Aljabr Oasis — Classe de 1MATHS3 • Mercredi 30 septembre 2026 • Durée : 1 h 30 • Pr. Elakili

Barème : Ex. 1 (4 pts) — Ex. 2 (4 pts) — Ex. 3 (3 pts) — Ex. 4 (4,5 pts) — Ex. 5 (4,5 pts)
Seule la calculatrice de type collège est autorisée. La qualité de la rédaction et la précision des justifications seront prises en compte.

Exercice 1 • Équations du second degré (4 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1. $3x^2 - 10x + 3 = 0.$

(1 pt)

2. $9x^2 + 12x + 4 = 0.$

(1 pt)

3. $2x^2 - 3x + 5 = 0.$

(1 pt)

4. $x(x + 4) = 2(3x + 4).$

(1 pt)

Exercice 2 • Inéquations du second degré (4 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes (on pourra s’aider d’un tableau de signes).

1. $3x^2 + 5x - 2 \leqslant 0.$

(1,5 pt)

2. $-x^2 + x + 12 < 0.$

(1,5 pt)

3. $x^2 - 6x + 10 \leqslant 0.$

(1 pt)

Exercice 3 • Une équation bicarrée (3 points)

On considère l’équation $(E) : 4x^4 - 17x^2 + 4 = 0.$

1. En posant $X = x^2$, écrire l’équation du second degré d’inconnue X associée à (E) , puis la résoudre.

(1,5 pt)

2. En déduire l’ensemble des solutions de (E) dans $\mathbb{R}.$

(1,5 pt)

Exercice 4 • Une équation à paramètre (4,5 points)

Soit m un réel. On considère l’équation d’inconnue x :

$$(E_m) : x^2 - 2(m - 1)x + m + 5 = 0.$$

1. Montrer que le discriminant de (E_m) est $\Delta = 4(m^2 - 3m - 4).$

(1 pt)

2. Étudier le signe de $m^2 - 3m - 4$, puis en déduire le nombre de solutions de (E_m) selon les valeurs de $m.$

(1,5 pt)

3. Pour quelles valeurs de m l’équation (E_m) admet-elle une racine double ? Préciser cette racine dans chaque cas.

(1 pt)

4. Déterminer la valeur de m pour laquelle 1 est solution de (E_m) . Pour cette valeur de m , déterminer l’autre solution sans calculer le discriminant.

(1 pt)

Exercice 5 • Problème d’optimisation (4,5 points)

Une salle de spectacle compte 500 places. Lorsque le billet est vendu 60 DH, 300 spectateurs assistent au spectacle. Une étude montre que chaque baisse de 1 DH du prix du billet attire 10 spectateurs supplémentaires. On note x la baisse du prix du billet, en DH, et $R(x)$ la recette correspondante, en DH.

1. Exprimer, en fonction de x , le prix du billet et le nombre de spectateurs. Justifier que $0 \leqslant x \leqslant 20.$

(1 pt)

2. Montrer que, pour tout $x \in [0 ; 20] :$ $R(x) = -10x^2 + 300x + 18\,000.$

(0,5 pt)

3. Montrer que, pour tout $x \in [0 ; 20] :$ $R(x) = -10(x - 15)^2 + 20\,250.$

(1 pt)

4. En déduire le prix du billet pour lequel la recette est maximale. Préciser alors le nombre de spectateurs et la recette maximale.

(1 pt)

5. Déterminer les valeurs de x pour lesquelles la recette est supérieure ou égale à 20 000 DH (on pourra utiliser la forme canonique). Interpréter en termes de prix du billet.

(1 pt)

Fin de l’épreuve — Bon courage à tous !

Devoir surveillé n°01 — Corrigé détaillé

Le second degré • Méthodes, pièges à éviter et conseils de rédaction

Lycée Aljabr Oasis — 1MATHS3 • Mercredi 30 septembre 2026 • 1 h 30 • 5 exercices, 20 points

Pr. Elakili

Corrigé commenté

Site web : missionmaths360.com

📖 Avant de commencer : lire tout le sujet et gérer son temps

Les 5 exercices sont indépendants : on peut commencer par celui où l'on est le plus à l'aise. Répartition conseillée pour 1 h 30 : **Ex. 1** (4 pts) $\approx$ 12 min • **Ex. 2** (4 pts) $\approx$ 15 min • **Ex. 3** (3 pts) $\approx$ 10 min • **Ex. 4** (4,5 pts) $\approx$ 20 min • **Ex. 5** (4,5 pts) $\approx$ 20 min • relecture $\approx$ 10 min. Le barème de chaque question est rappelé entre crochets.

📖 Rappel du cours utilisé tout au long du sujet

Pour $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), on pose $\Delta = b^2 - 4ac$. Si $\Delta > 0$: deux racines $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$; si $\Delta = 0$: une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a}$; si $\Delta < 0$: aucune racine réelle. *Signe* : le trinôme est du signe de a « à l'extérieur des racines » et du signe contraire entre les racines ; si $\Delta < 0$, il est du signe de a sur tout $\mathbb{R}$.

Exercice 1 • Équations du second degré

4 points

1. $3x^2 - 10x + 3 = 0$

[1 pt]

$a = 3$, $b = -10$, $c = 3$: $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 3 \times 3 = 100 - 36 = 64 = 8^2 > 0$. Deux solutions :

$$x_1 = \frac{10 - 8}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{10 + 8}{6} = 3.$$

$$\rightsquigarrow S = \left\{ \frac{1}{3}; 3 \right\}.$$

✓ Vérifier

Somme et produit : $x_1 + x_2 = \frac{10}{3} = -\frac{b}{a}$ et $x_1 x_2 = 1 = \frac{c}{a}$. Le contrôle prend 20 secondes et évite bien des erreurs.

2. $9x^2 + 12x + 4 = 0$

[1 pt]

$\Delta = 12^2 - 4 \times 9 \times 4 = 144 - 144 = 0$: une racine double $x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{18} = -\frac{2}{3}$. $\rightsquigarrow S = \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$.

📖 Remarque

On pouvait reconnaître une identité remarquable : $9x^2 + 12x + 4 = (3x + 2)^2$, qui s'annule uniquement en $x = -\frac{2}{3}$.

3. $2x^2 - 3x + 5 = 0$

[1 pt]

$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 5 = 9 - 40 = -31 < 0$: l'équation n'a pas de solution réelle. $\rightsquigarrow S = \emptyset$.

4. $x(x + 4) = 2(3x + 4)$

[1 pt]

📖 Méthode

Avant de calculer Δ , on développe et on ramène tout dans un seul membre pour obtenir la forme $ax^2 + bx + c = 0$.

$$x(x + 4) = 2(3x + 4) \iff x^2 + 4x = 6x + 8 \iff x^2 - 2x - 8 = 0.$$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 4 + 32 = 36 = 6^2 > 0$: $x_1 = \frac{2 - 6}{2} = -2$ et $x_2 = \frac{2 + 6}{2} = 4$.
 $\rightsquigarrow S = \{-2; 4\}$.

✗ Piège à éviter

Calculer un discriminant sur une équation qui n'est pas sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$ n'a aucun sens. Attention aussi au développement de $2(3x + 4) = 6x + 8$ (et non $6x + 4$).

Exercice 2 • Inéquations du second degré**4 points****📎 Méthode**

1. Tout ramener dans un membre ($\dots \leq 0$, $\dots > 0$...). **2.** Chercher les racines du trinôme. **3.** Dresser son tableau de signes (signe de a à l'extérieur des racines). **4.** Lire l'ensemble solution, en soignant les crochets : **fermés** pour $\leq$ ou $\geq$, **ouverts** pour $<$ ou $>$.

1. $3x^2 + 5x - 2 \leq 0$

[1,5 pt]

$$\Delta = 5^2 - 4 \times 3 \times (-2) = 25 + 24 = 49 = 7^2 > 0 : \quad x_1 = \frac{-5-7}{6} = -2 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-5+7}{6} = \frac{1}{3}.$$

Ici $a = 3 > 0$: le trinôme est négatif entre les racines.

x	$-\infty$	-2	$\frac{1}{3}$	$+\infty$	
$3x^2 + 5x - 2$	$+$	0	$-$	0	$+$

$$\rightsquigarrow S = \left[-2; \frac{1}{3}\right] \text{ (crochets fermés : l'inégalité est large).}$$

2. $-x^2 + x + 12 < 0$

[1,5 pt]

$$\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) \times 12 = 1 + 48 = 49 > 0 : \quad x_1 = \frac{-1-7}{-2} = 4 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-1+7}{-2} = -3.$$

Ici $a = -1 < 0$: le trinôme est **négatif à l'extérieur** des racines.

x	$-\infty$	-3	4	$+\infty$	
$-x^2 + x + 12$	$-$	0	$+$	0	$-$

$$\rightsquigarrow S =]-\infty; -3[\cup]4; +\infty[\text{ (crochets ouverts : l'inégalité est stricte).}$$

✗ Piège à éviter

Avec $a < 0$, le dénominateur $2a = -2$ est négatif : c'est la principale source d'erreurs de signe. Astuce : multiplier par -1 en **changeant le sens** de l'inégalité, ce qui donne $x^2 - x - 12 > 0$, plus simple à traiter. On range ensuite les racines dans l'ordre croissant (-3 avant 4) dans le tableau.

3. $x^2 - 6x + 10 \leq 0$

[1 pt]

$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 10 = 36 - 40 = -4 < 0$: le trinôme ne s'annule jamais et il est, pour tout réel x , du signe de $a = 1$, donc **strictement positif**. Il n'est donc jamais négatif ou nul. $\rightsquigarrow S = \emptyset$.

✗ Piège à éviter

$\Delta < 0$ ne signifie pas automatiquement « pas de solution » pour une *inéquation* : l'ensemble solution est $\mathbb{R}$ ou $\emptyset$ selon le signe de a et le sens de l'inégalité. Ici, par exemple, $x^2 - 6x + 10 > 0$ aurait eu pour ensemble solution $\mathbb{R}$.

✓ Vérifier

Forme canonique : $x^2 - 6x + 10 = (x - 3)^2 + 1 \geq 1 > 0$ pour tout réel x .

Exercice 3 • Une équation bicarrée**3 points****1. Changement d'inconnue $X = x^2$**

[1,5 pt]

Comme $x^4 = (x^2)^2 = X^2$, l'équation (E) s'écrit :

$$4X^2 - 17X + 4 = 0, \quad \text{avec } X \geq 0.$$

$$\Delta = (-17)^2 - 4 \times 4 \times 4 = 289 - 64 = 225 = 15^2 > 0 : \quad X_1 = \frac{17-15}{8} = \frac{1}{4} \quad \text{et} \quad X_2 = \frac{17+15}{8} = 4.$$

$$\rightsquigarrow X = \frac{1}{4} \text{ ou } X = 4 \quad (\text{les deux valeurs sont positives, elles conviennent}).$$

2. Solutions de (E)

[1,5 pt]

On revient à l'inconnue x :

$$x^2 = \frac{1}{4} \iff x = -\frac{1}{2} \text{ ou } x = \frac{1}{2} \quad x^2 = 4 \iff x = -2 \text{ ou } x = 2.$$

$$\rightsquigarrow S = \left\{ -2; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 2 \right\}.$$

✗ Piège à éviter

- Oublier les solutions négatives : $x^2 = 4$ a **deux** solutions, 2 et -2 .
- Donner les valeurs de X comme solutions de (E) : l'inconnue de départ est x , il faut « revenir » à x .
- Si l'on avait trouvé une valeur $X < 0$, il aurait fallu la **rejeter** : x^2 ne peut pas être négatif.

✓ Vérifier

Pour $x = 2$: $4 \times 16 - 17 \times 4 + 4 = 64 - 68 + 4 = 0$. Pour $x = \frac{1}{2}$: $4 \times \frac{1}{16} - 17 \times \frac{1}{4} + 4 = \frac{1}{4} - \frac{17}{4} + 4 = 0$.

Exercice 4 • Une équation à paramètre**4,5 points****1. Discriminant de (E_m)**

[1 pt]

(E_m) est une équation du second degré (coefficient de x^2 égal à $1 \neq 0$) avec $a = 1$, $b = -2(m-1)$, $c = m+5$:

$$\Delta = (-2(m-1))^2 - 4 \times 1 \times (m+5) = 4(m-1)^2 - 4(m+5) = 4(m^2 - 2m + 1 - m - 5).$$

$$\rightsquigarrow \Delta = 4(m^2 - 3m - 4).$$

✗ Piège à éviter

$(-2(m-1))^2 = 4(m-1)^2$: le carré porte aussi sur le facteur -2 . Et $-4(m+5) = -4m - 20$: attention au signe devant la parenthèse.

2. Signe de $m^2 - 3m - 4$ et nombre de solutions

[1,5 pt]

Le trinôme en m : $m^2 - 3m - 4$ a pour discriminant $\delta = 9 + 16 = 25$, et pour racines $\frac{3-5}{2} = -1$ et $\frac{3+5}{2} = 4$. Son coefficient dominant est $1 > 0$; Δ a le même signe que $m^2 - 3m - 4$ (car $4 > 0$) :

m	$-\infty$	-1	4	$+\infty$	
signe de Δ	$+$	0	$-$	0	$+$

- si $m < -1$ ou $m > 4$: $\Delta > 0$, $\rightsquigarrow (E_m)$ **admet deux solutions distinctes** ;
- si $m = -1$ ou $m = 4$: $\Delta = 0$, $\rightsquigarrow (E_m)$ **admet une solution (double)** ;
- si $-1 < m < 4$: $\Delta < 0$, $\rightsquigarrow (E_m)$ **n'admet aucune solution réelle**.

3. Racines doubles

[1 pt]

D'après la question 2, (E_m) admet une racine double si et seulement si $m = -1$ ou $m = 4$. La racine double vaut $x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{2(m-1)}{2} = m - 1$.

- Pour $m = -1$: $\rightsquigarrow x_0 = -2$ (en effet, (E_{-1}) s'écrit $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2 = 0$);
- pour $m = 4$: $\rightsquigarrow x_0 = 3$ (en effet, (E_4) s'écrit $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2 = 0$).

4. Valeur de m pour laquelle 1 est solution

[1 pt]

1 est solution de (E_m) si et seulement si

$$1^2 - 2(m-1) \times 1 + m + 5 = 0 \iff 1 - 2m + 2 + m + 5 = 0 \iff 8 - m = 0 \iff m = 8.$$

Pour $m = 8$, l'équation s'écrit $x^2 - 14x + 13 = 0$. Comme $8 > 4$, elle admet deux solutions (question 2), dont le produit vaut $\frac{c}{a} = 13$. Avec $x_1 = 1$: $1 \times x_2 = 13$. $\rightsquigarrow$ **Pour $m = 8$, l'autre solution est $x_2 = 13$.**

✓ Vérifier

La somme des racines vaut $1 + 13 = 14 = -\frac{b}{a}$: c'est cohérent.

Exercice 5 • Problème d'optimisation**4,5 points****1. Prix, nombre de spectateurs et contrainte sur x**

[1 pt]

Après une baisse de x DH : le prix du billet est $\rightsquigarrow 60 - x$ **DH** et le nombre de spectateurs est $\rightsquigarrow 300 + 10x$.

x est une baisse, donc $x \geq 0$. La salle compte 500 places : $300 + 10x \leq 500 \iff 10x \leq 200 \iff x \leq 20$. $\rightsquigarrow$ **Donc $0 \leq x \leq 20$** (le prix reste alors compris entre 40 et 60 DH).

2. Expression de $R(x)$

[0,5 pt]

Recette = prix du billet $\times$ nombre de spectateurs :

$$R(x) = (60 - x)(300 + 10x) = 18\,000 + 600x - 300x - 10x^2.$$

$$\rightsquigarrow R(x) = -10x^2 + 300x + 18\,000.$$

3. Forme canonique

[1 pt]

Méthode 1 (en développant la forme proposée).

$$\begin{aligned} -10(x - 15)^2 + 20\,250 &= -10(x^2 - 30x + 225) + 20\,250 = -10x^2 + 300x - 2\,250 + 20\,250 \\ &= -10x^2 + 300x + 18\,000 = R(x). \end{aligned}$$

Méthode 2 (en construisant la forme canonique).

$$R(x) = -10(x^2 - 30x) + 18\,000 = -10[(x - 15)^2 - 225] + 18\,000 = -10(x - 15)^2 + 2\,250 + 18\,000.$$

$$\rightsquigarrow \text{Pour tout } x \in [0; 20] : R(x) = -10(x - 15)^2 + 20\,250.$$

4. Recette maximale

[1 pt]

Pour tout x : $(x - 15)^2 \geq 0$, donc $-10(x - 15)^2 \leq 0$, et ainsi $R(x) \leq 20\,250$. L'égalité a lieu si et seulement si $x = 15$, valeur qui appartient bien à $[0; 20]$.

Pour $x = 15$: prix = $60 - 15 = 45$ DH, spectateurs = $300 + 150 = 450$ (moins de 500 : c'est possible). $\rightsquigarrow$ **La recette est maximale pour un billet à 45 DH : 450 spectateurs, recette de 20 250 DH.**

Remarque

On retrouve le cours : $a = -10 < 0$, donc R admet un maximum $\beta = 20\,250$, atteint en $\alpha = 15$. Aucun outil supplémentaire n'est nécessaire : la forme canonique suffit.

5. Recette supérieure ou égale à 20 000 DH

[1 pt]

Avec la forme canonique. Pour $x \in [0; 20]$:

$$R(x) \geq 20\,000 \iff -10(x-15)^2 \geq -250 \iff (x-15)^2 \leq 25 \iff -5 \leq x-15 \leq 5 \iff 10 \leq x \leq 20.$$

Autre méthode. $R(x) \geq 20\,000 \iff -10x^2 + 300x - 2\,000 \geq 0 \iff x^2 - 30x + 200 \leq 0$. Ce trinôme a pour racines 10 et 20 ($\Delta = 100$) et $a = 1 > 0$: il est négatif ou nul entre les racines, donc $10 \leq x \leq 20$.

$\rightsquigarrow$ **La recette atteint au moins 20 000 DH pour $x \in [10; 20]$, c'est-à-dire pour un prix du billet compris entre 40 DH et 50 DH.**

⚠ Piège à éviter

- En divisant par -10 , on **change le sens** de l'inégalité.
- $(x-15)^2 \leq 25$ donne **deux** inégalités : $-5 \leq x-15 \leq 5$, et pas seulement $x-15 \leq 5$.
- Ne pas oublier l'interprétation demandée : c'est le **prix**, et non la baisse x , qui est attendu dans la conclusion.

Fin du corrigé — missionmaths360.com