Algorithmique et programmation – Terminale spécialité

Chapitre 4 – Rechercher un seuil

Pr. Elakili · Algorithme · Python · TI-82 · Octobre 2026

Site web : missionmaths360.com

Méthode

On cherche le **plus petit entier** n tel que $u_n > A$ (ou $u_n < A$, ou $u_n \geqslant A$…). On ne sait pas combien de tours faire : on utilise une boucle **Tant que** et un **compteur** n.

- La condition de la boucle est le **contraire** de ce que l'on cherche : pour obtenir $u_n > A$, on répète **tant que** $u \leqslant A$.
- À chaque tour : on calcule le **terme suivant et** on augmente le compteur de 1. À la sortie, on affiche (ou on renvoie) n.
- **Pourquoi la boucle s'arrête-t-elle ?** C'est **l'argument attendu au bac** : si $\lim u_n = +\infty$, alors u_n finit par dépasser n'importe quel réel A ; si $\lim u_n = \ell < A$… la boucle « $u_n > A$ » ne s'arrêterait jamais !

Pack 1 – suite qui tend vers $+\infty$: un placement

Léna place 1 000 € au 1er janvier 2026. Chaque année, le capital augmente de 3 %, puis elle ajoute 100 €. On note c_n le capital au 1er janvier $2026 + n$: $c_0 = 1\,000$ et $c_{n+1} = 1{,}03\,c_n + 100$. On admet que (c_n) est croissante et tend vers $+\infty$. *En quelle année le capital dépassera-t-il $A = 2\,000$ € ?*

Algorithme

Saisir A
$n \leftarrow 0$; $c \leftarrow 1000$
Tant que $c \leqslant A$
  $c \leftarrow 1{,}03\,c + 100$
  $n \leftarrow n + 1$
Fin Tant que
Afficher n

Python

```
def seuil(A):
    n = 0
    c = 1000
    while c <= A:
        c = 1.03*c + 100
        n = n + 1
    return n
```

TI-82

```
:Prompt A
:0→N
:1000→C
:TantQue C≤A
:1.03C+100→C
:N+1→N
:Fin
:Disp N
```

n	0	1	2	…	7	8
c_n	1000	1130	1263,9	…	1996,12	2156,0
$c_n \leqslant 2000$?	oui	oui	oui	…	oui	**non**

`seuil(2000)` renvoie 8.
Interprétation : $n = 8$ correspond à l'année $2026 + 8$: **le capital dépasse 2 000 € en 2034**.

Pack 2 – suite décroissante : passer sous un seuil

Une population compte 3 000 individus ; chaque année, elle perd 8 % de ses membres puis 100 individus arrivent : $p_0 = 3\,000$ et $p_{n+1} = 0{,}92\,p_n + 100$. On admet que (p_n) est décroissante et converge vers 1 250. *Au bout de combien d'années la population passera-t-elle sous 1 300 ?*

Algorithme

$n \leftarrow 0$; $p \leftarrow 3000$
Tant que $p \geqslant 1300$
  $p \leftarrow 0{,}92\,p + 100$
  $n \leftarrow n + 1$
Fin Tant que
Afficher n

Python

```
def annees():
    n = 0
    p = 3000
    while p >= 1300:
        p = 0.92*p + 100
        n = n + 1
    return n
```

TI-82

```
:0→N
:3000→P
:TantQue P≥1300
:0.92P+100→P
:N+1→N
:Fin
:Disp N
```

Résultat : 43 ($p_{42} \approx 1\,302{,}7$ et $p_{43} \approx 1\,298{,}5$). **Pourquoi la boucle s'arrête :** $\lim p_n = 1\,250 < 1\,300$, donc p_n finit par passer sous 1 300. *Avec un seuil de 1 200, la boucle ne s'arrêterait jamais, puisque $p_n \geqslant 1\,250$ pour tout n !*

Pack 3 – comparer deux suites (d'après Bac Centres étrangers, 13 juin 2025, sujet 2, exercice 1)

Deux populations (en milliers) : $u_0 = 6$, $u_{n+1} = 0{,}93\,u_n$ (milieu A) et $v_0 = 6$, $v_{n+1} = -0{,}05\,v_n^2 + 1{,}1\,v_n$ (milieu B), au 1er janvier $2025 + n$. On sait que $\lim u_n = 0$ et que $v_n \geqslant 2$ pour tout n. *En quelle année la population B dépasse-t-elle la population A ?*

Algorithme

$n \leftarrow 0$; $u \leftarrow 6$; $v \leftarrow 6$
Tant que $v \leqslant u$
  $u \leftarrow 0{,}93\,u$
  $v \leftarrow -0{,}05\,v^2 + 1{,}1\,v$
  $n \leftarrow n + 1$
Fin Tant que
Afficher $2025 + n$

Python

```
def annee():
    n = 0
    u, v = 6, 6
    while v <= u:
        u = 0.93*u
        v = -0.05*v**2 + 1.1*v
        n = n + 1
    return 2025 + n
```

TI-82

```
:0→N
:6→U
:6→V
:TantQue V≤U
:0.93U→U
:-0.05V^2+1.1V→V
:N+1→N
:Fin
:Disp 2025+N
```

Ici les deux mises à jour sont **indépendantes** (u ne dépend que de u, v que de v) : l'ordre des deux lignes n'a pas d'importance.
Résultat : `2038` ($u_{12} \approx 2{,}512 > v_{12} \approx 2{,}406$ mais $u_{13} \approx 2{,}336 < v_{13} \approx 2{,}358$). **Pourquoi la boucle s'arrête :** $\lim u_n = 0$, donc à partir d'un certain rang $u_n < 2 \leqslant v_n$.

Sur la TI-82 sans programme : le seuil à la table

On entre la suite en mode Suite (chapitre 2) : `u(n)=1.03u(n-1)+100`, `u(nMin)=1000`, puis on fait défiler la table (2nde graphe) : `u(7)` $\approx 1\,996{,}1$ et `u(8)` $\approx 2\,156{,}0$.

Rédaction attendue au bac : *« À l'aide de la calculatrice, $c_7 \approx 1\,996{,}1 \leqslant 2\,000$ et $c_8 \approx 2\,156{,}0 > 2\,000$. Comme la suite est croissante, le rang cherché est $n = 8$, soit l'année 2034. »*

☞ Les quatre erreurs classiques

• **Mauvaise condition :** on écrit la condition pour *continuer*, pas celle pour s'arrêter : pour obtenir $u_n > A$, c'est `while u <= A`. • **Oublier `n = n + 1`** : le programme renvoie 0, ou tourne sans fin. • **Confondre n et l'année** (ou le mois) : toujours interpréter le résultat dans le contexte. • **Ne pas justifier l'arrêt** de la boucle : il faut citer la limite de la suite.

À vous de jouer (algorithme + Python + TI-82)

1. Soit $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 1{,}5\,u_n$. Déterminer le plus petit n tel que $u_n > 100$. Justifier que la boucle s'arrête.

2. Soit $H_n = 1 + \dfrac{1}{2} + \cdots + \dfrac{1}{n}$. On admet que $\lim H_n = +\infty$. Écrire un programme renvoyant le plus petit n tel que $H_n > A$ et le tester avec $A = 5$. *(Attention à l'ordre des lignes !)*

3. Un médicament : la quantité dans le sang vérifie $q_0 = 20$ et $q_{n+1} = 0{,}7\,q_n$ (en mg, n en heures). Au bout de combien d'heures la quantité devient-elle inférieure à 1 mg ?

4. Une voiture achetée 10 000 € perd 15 % de sa valeur chaque année. Au bout de combien d'années vaudra-t-elle moins de la moitié de son prix ? Répondre avec un programme, puis avec la table de la TI.

5. Un site compte 200 abonnés ; chaque mois il en perd 5 % et en gagne 50 : $a_0 = 200$, $a_{n+1} = 0{,}95\,a_n + 50$. On admet que (a_n) est croissante de limite 1 000. Déterminer le premier mois où le site dépasse 900 abonnés. Pourquoi un programme cherchant le premier mois où $a_n \geqslant 1\,000$ ne s'arrêterait-il jamais ?

Réponses : 1. $n = 12$; la suite géométrique de raison $1{,}5 > 1$ tend vers $+\infty$. **2.** `H = 0`, `n = 0`, `while H <= A:` puis `n = n + 1` **avant** `H = H + 1/n` ; `seuil(5)` renvoie 83. **3.** 9 heures ($q_8 \approx 1{,}15$ et $q_9 \approx 0{,}81$) ; la boucle s'arrête car $\lim q_n = 0 < 1$. **4.** 5 ans ($v_4 \approx 5\,220$ € et $v_5 \approx 4\,437$ €). **5.** $n = 41$ ($a_{40} \approx 897{,}2$, $a_{41} \approx 902{,}3$) ; on a $a_n < 1\,000$ pour tout n (la suite est croissante de limite 1 000), donc la condition $a_n \geqslant 1\,000$ n'est jamais réalisée.