Pr. Elakili Classe de Première — Spécialité mathématiques Année 2026–2027

Fiche d'exercices : Les suites numériques

Conforme au programme officiel — BO n°14 du 2 avril 2026

Site web : missionmaths360.com

Niveau de difficulté : ★ application directe ★★ entraînement ★★★ approfondissement

Exercice 1 ★

Modes de génération.

1. Soit (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2 - 2n$. Calculer u_0, u_1 et u_5, puis exprimer u_{n+1} en fonction de n.
2. Soit (v_n) définie par $v_0 = -1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = v_n^2 + 1$. Calculer v_1, v_2 et v_3.
3. Soit (w_n) définie par $w_0 = 0$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_{n+1} = w_n + 2n + 1$. Calculer w_1, w_2, w_3, w_4. Conjecturer une formule explicite de w_n.

Exercice 2 ★

Reconnaître une suite arithmétique ou géométrique.

Pour chacune des suites suivantes, définies pour tout $n \in \mathbb{N}$, dire si elle est arithmétique, géométrique ou ni l'un ni l'autre. Le cas échéant, préciser son premier terme et sa raison.

a) $u_n = 3 - 4n$ b) $v_n = 5 \times 2^{n+1}$ c) $w_n = n^2 + 1$ d) $t_n = \dfrac{7}{3^n}$

Exercice 3 ★

Suite arithmétique. Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_3 = 7$ et $u_{10} = 28$.

1. Déterminer la raison r et le premier terme u_0.
2. Exprimer u_n en fonction de n, puis calculer u_{50}. Donner le sens de variation de (u_n).

Exercice 4 ★

Suite géométrique. Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q > 0$ telle que $u_2 = 12$ et $u_4 = 48$.

1. Déterminer la raison q et le premier terme u_0.
2. Exprimer u_n en fonction de n, calculer u_{10} et donner le sens de variation de (u_n).

Exercice 5 ★★

Sommes de termes consécutifs. Calculer les sommes suivantes en précisant à chaque fois le nombre de termes.

$S_1 = 2 + 5 + 8 + \cdots + 302$ $S_2 = 1 + 3 + 9 + \cdots + 3^8$ $S_3 = 1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \cdots + \dfrac{1}{2^{10}}$

Exercice 6 ★★

Sens de variation. Étudier le sens de variation de chacune des suites suivantes.

a) $u_n = n^2 + 3n - 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ (étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$).

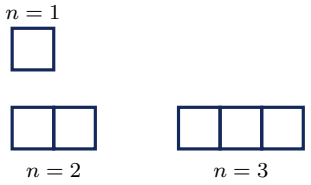
b) $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = u_n - n^2 - 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

c) $w_n = \dfrac{n}{2^n}$ pour tout $n \geqslant 1$ (comparer $\dfrac{w_{n+1}}{w_n}$ à 1).

d) $t_n = \dfrac{1}{n^2 + 1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ (utiliser une fonction f telle que $t_n = f(n)$).

Exercice 7 ★★

Motif géométrique. On construit une rangée de carrés avec des allumettes, comme ci-contre. On note u_n le nombre d'allumettes nécessaires pour une rangée de n carrés ($n \geqslant 1$).



1. Donner u_1, u_2, u_3, puis exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
2. En déduire la nature de (u_n) et une formule explicite de u_n.
3. Combien de carrés peut-on construire avec 301 allumettes ?

Exercice 8 ★★

Deux modèles d'évolution. Un club de sport propose un abonnement annuel à 25 € la première année (année 0). Deux formules sont possibles :

- **Formule A** : le prix augmente de 2 % chaque année ; on note a_n le prix de l'année n.
- **Formule B** : le prix augmente de 0,60 € chaque année ; on note b_n le prix de l'année n.

1. Préciser la nature des suites (a_n) et (b_n), puis exprimer a_n et b_n en fonction de n.
2. Calculer a_{10} et b_{10} (arrondis au centime).
3. Calculer le coût total de chaque formule sur les années 0 à 9. Quelle formule est la plus avantageuse sur ces dix années ?
4. À l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quelle année n le prix de la formule A dépasse celui de la formule B.

Exercice 9 ★★

Approche de la notion de limite.

1. Soit (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{2n+3}{n+1}$.
   a) Calculer u_0, u_1, u_{10} et u_{100}. Conjecturer la limite éventuelle de (u_n).
   b) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n - 2 = \dfrac{1}{n+1}$. En déduire le sens de variation de (u_n).
   c) Déterminer le plus petit entier n tel que $u_n - 2 < 0{,}001$.
2. On considère la suite (v_n) définie par $v_n = 0{,}9^n$. Compléter la fonction Python ci-dessous pour qu'elle renvoie le plus petit entier n tel que $v_n < 0{,}01$, puis donner la valeur renvoyée.

```
def seuil():
    n = 0
    v = 1
    while ........ :
        n = ........
        v = ........
    return n
```

Exercice 10 ★★★

D'une suite arithmétique à une suite géométrique. Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison 2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $v_n = 3^{u_n}$.

1. Calculer v_0, v_1 et v_2.
2. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison. Exprimer v_n en fonction de n.
3. Calculer $u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ en fonction de n. En déduire le produit $P_n = v_0 \times v_1 \times \cdots \times v_n$ sous la forme 3^k.

Exercice 11 ★★★

La tour de Hanoï. On dispose de n disques de tailles différentes empilés sur une tige, du plus grand (en bas) au plus petit. Il faut déplacer toute la pile sur une autre tige, en déplaçant un seul disque à la fois et sans jamais poser un disque sur un disque plus petit (une troisième tige sert d'intermédiaire). On admet que le nombre minimal de déplacements h_n vérifie $h_1 = 1$ et, pour tout $n \geqslant 1$, $h_{n+1} = 2h_n + 1$.

1. Calculer h_2, h_3, h_4 et h_5.
2. On pose $k_n = h_n + 1$. Montrer que (k_n) est géométrique, puis en déduire h_n en fonction de n.
3. La légende parle de 64 disques, déplacés à raison d'un disque par seconde. Estimer la durée nécessaire en années.

Exercice 12 ★★★

Modélisation d'une population. Un étang contient 5 000 poissons au 1er janvier 2026. Chaque année, 10 % des poissons disparaissent et on introduit 300 nouveaux poissons. On note p_n le nombre de poissons au 1er janvier de l'année $2026 + n$, de sorte que $p_0 = 5\,000$.

1. Calculer p_1 et p_2. Justifier que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $p_{n+1} = 0{,}9\,p_n + 300$.
2. On pose $q_n = p_n - 3\,000$. Montrer que (q_n) est géométrique ; préciser sa raison et son premier terme.
3. En déduire que $p_n = 3\,000 + 2\,000 \times 0{,}9^n$, puis le sens de variation de (p_n).
4. Conjecturer la limite de (p_n) et interpréter ce résultat.
5. Écrire une fonction Python qui renvoie le plus petit entier n tel que $p_n < 3\,500$. En quelle année la population passera-t-elle sous les 3 500 poissons ?

Fin de la fiche — Bon travail !